

УПРАВЛЕНИЕ ОТРАЖЕНИЕМ И ПРОХОЖДЕНИЕМ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ АКТИВНОЙ ПЛАЗМОННОЙ МЕТАПОВЕРХНОСТИ

Климов В.В. * ¹¹ ФГБУН Физический институт им П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 25.08.2023
Одобрена после рецензирования 13.09.2023
Принята к публикации 02.10.2023

Аннотация

Предложен новый подход к созданию метаповерхностей на основе комбинации пассивных и активных мета-атомов. Исследованы оптические свойства таких метаповерхностей. Показано, что при определенном выборе параметров метаповерхности при изменении мощности накачки возможно эффективное переключение между полным прохождением и полным отражением света.

Ключевые слова: активные метаповерхности, мета-атомы, плазмоника, РТ симметрия, исключительные точки

EDN AAARNA

doi:[10.24412/2949-0553-2023-46-4-19](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2023-46-4-19)

Введение

В настоящее время активно исследуются метаповерхности, то есть поверхности, образованные наночастицами, которые обладают резонансными свойствами и которые часто называются мета-атомами и мета-молекулами. Метаповерхности имеют особые свойства, и предполагается, что они могут быть полезными для создания новых устройств управления световыми потоками [1, 2], а также для создания нанобиосенсоров [3, 4]. Среди метаповерхностей особое место занимают активные метаповерхности, то есть такие метаповерхности, свойства которых могут произвольно изменяться во времени и в пространстве. Обычно в качестве управляющих параметров рассматривают изменение геометрических параметров или агрегатного состояния наночастиц [5–13].

В настоящей работе мы представим новый подход, который заключается в оптическом управлении поглощением в мета-молекулах с помощью внешнего оптического поля. Эта цель достигается путем использования мета-молекул, которые состоят из пассивных и активных наночастиц.

Под активными наночастицами в данной работе мы понимаем плазмонные наночастицы, покрытые слоем активных молекул красителя, квантовых точек или центров окраски. Аналогичные активные наночастицы уже использовались для демонстрации плазмонного спазера (лазера) [14]. Пассивные наночастицы имеют аналогичную структуру, но без молекул красителя.

Эффективная диэлектрическая проницаемость активной компоненты наночастицы (например, оболочки) вблизи резонанса поля с активными молекулами может быть приближенно описана выражением [15, с. 111],

$$\begin{aligned}\varepsilon_{shell} &= \varepsilon_{shell,0} + \delta\varepsilon_{\text{gain}} \\ \delta\varepsilon_{\text{gain}} &= -iC_0 \frac{|\mu_{21}|^2 \tau_p n_0}{\hbar},\end{aligned}\quad (1)$$

где $\varepsilon_{shell,0}$ - диэлектрическая проницаемость без активных молекул красителя, n_0 - инверсия населенности, определяемая интенсивностью накачки, C_0 - концентрация активных молекул, μ_{21} - недиагональный матричный элемент оператора дипольного момента молекулы красителя, τ_p - время релаксации поляризации.

* Автор, ответственный за переписку: Василий Васильевич Климов, klimov256@gmail.com

При малой интенсивности накачки или в ее отсутствие инверсия n_0 отрицательна, и диэлектрическая проницаемость (1) соответствует поглощающей среде. При достаточно большой интенсивности накачки инверсия населенности n_0 становится положительной, а среда становится усиливающей. Геометрия предлагаемой метаповерхности показана на рис. 1.

В данной работе оптические свойства конкретных активных метаповерхностей (см. рис. 1) описываются путем самосогласованного суммирования вкладов от излучений отдельных мета-молекул, которые аппроксимируются точечными диполями. Диэлектрическая проницаемость мета-атомов считается существующей и заданной. Предполагается также, что метаповерхность находится в вакууме.

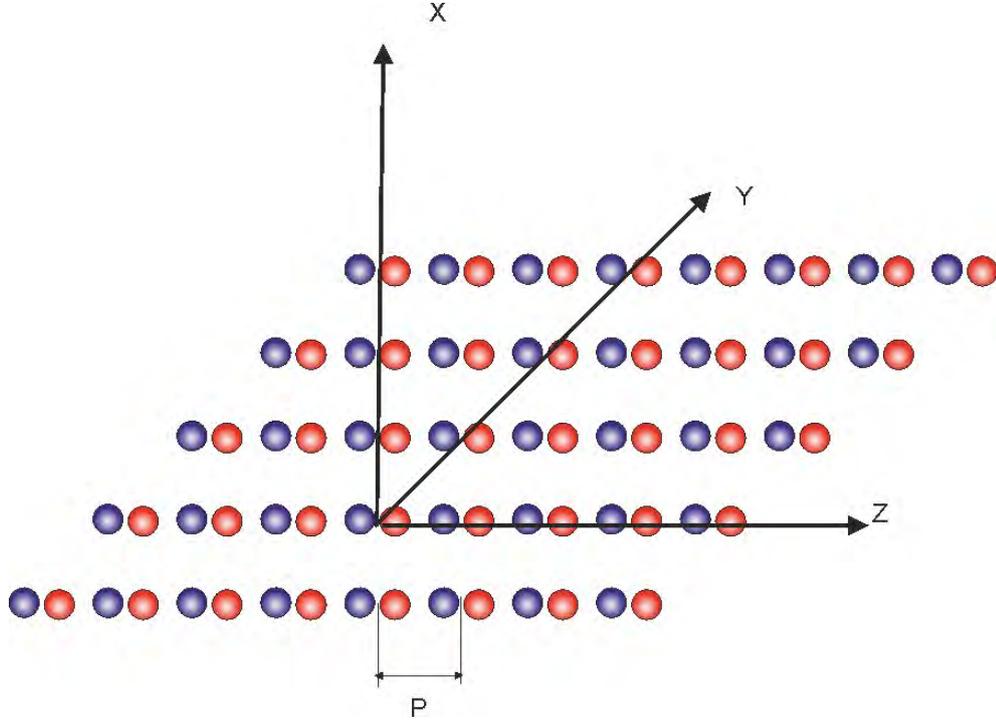


Рисунок 1 – Геометрия метаповерхности, состоящей из мета-молекул из двух мета-атомов. Синий цвет соответствует мета-атому с потерями, в то время как красный цвет соответствует активному мета-атому, который может компенсировать потери в первой частице. P -период решетки

Оптические свойства мета-молекулы, состоящей из активного и пассивного мета-атомов

Так как размеры плазмонных мета-атомов малы по сравнению с длиной волны, то их можно описывать точечными диполями. В случае плазмонного мета-атома с активной или пассивной оболочкой (см. рис. 2) его дипольная поляризуемость имеет вид [16]:

$$\alpha = R_{shell}^3 \frac{(\varepsilon_{shell} - 1)(\varepsilon_C + 2\varepsilon_{shell}) + \beta(\varepsilon_C - \varepsilon_{shell})(1 + 2\varepsilon_{shell})}{(\varepsilon_{shell} + 2)(\varepsilon_C + 2\varepsilon_{shell}) + 2\beta(\varepsilon_{shell} - 1)(\varepsilon_C - \varepsilon_{shell})}; \beta = \left(\frac{R_C}{R_{shell}}\right)^3 < 1. \quad (2)$$

Легко видеть, что поляризуемость (2) всегда можно представить в виде

$$\alpha = R^3 \frac{\varepsilon_C - q}{\varepsilon_C + p}, \quad (3)$$

где R, p, q - некоторые константы, зависящие от параметров оболочки:

$$\begin{aligned} q &= \varepsilon_{shell} \frac{2\varepsilon_{shell}(1-\beta)-2-\beta}{(1+2\beta)\varepsilon_{shell}+\beta-1}, \\ p &= 2\varepsilon_{shell} \frac{\varepsilon_{shell}(1-\beta)+\beta+2}{\varepsilon_{shell}(2\beta+1)+2(1-\beta)}, \\ R^3 &= R_{shell}^3 \frac{(1+2\beta)\varepsilon_{shell}+\beta-1}{\varepsilon_{shell}(2\beta+1)+2(1-\beta)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Например, в частном случае $R_{shell}/R_C = 1.1$ и $\varepsilon_{shell} = 2.1 - 0.5i$ (усиливающая среда) имеем

$$\alpha = (0.96R_{shell})^3 \frac{(\varepsilon_C - 0.11i) - 0.7}{(\varepsilon_C - 0.14i) + 2.4} = (0.96R_{shell})^3 \frac{(\varepsilon'_C + (\varepsilon''_C - 0.11)i) - 0.7}{(\varepsilon'_C + (\varepsilon''_C - 0.14)i) + 2.4}, \quad (5)$$

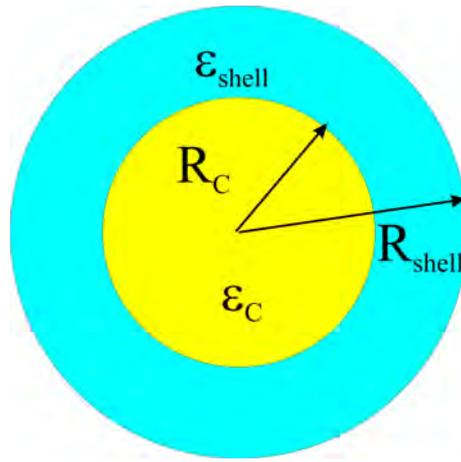


Рисунок 2 – Геометрия плазмонной наночастицы с оболочкой

где ε'_C и $\varepsilon''_C > 0$ - действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости плазмонного ядра.

Из (5) хорошо видно, что активная оболочка приводит к эффективному уменьшению потерь в наночастице.

Для конкретности в дальнейшем мы будем использовать для поляризуемостей активного и пассивного мета-атомов выражения

$$\tilde{\alpha}_1 = R_0^3 \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 2}, \quad \tilde{\alpha}_2 = R_0^3 \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 2}, \quad (6)$$

которые совпадают с поляризуемостями однородных сферических наночастиц радиуса R_0 с проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. Рассмотрение других значений параметров p, q в (3) проводится аналогично.

Геометрия одной мета-молекулы, состоящей из двух сферических мета-атомов с поляризуемостями (6) показана на рис. 3.

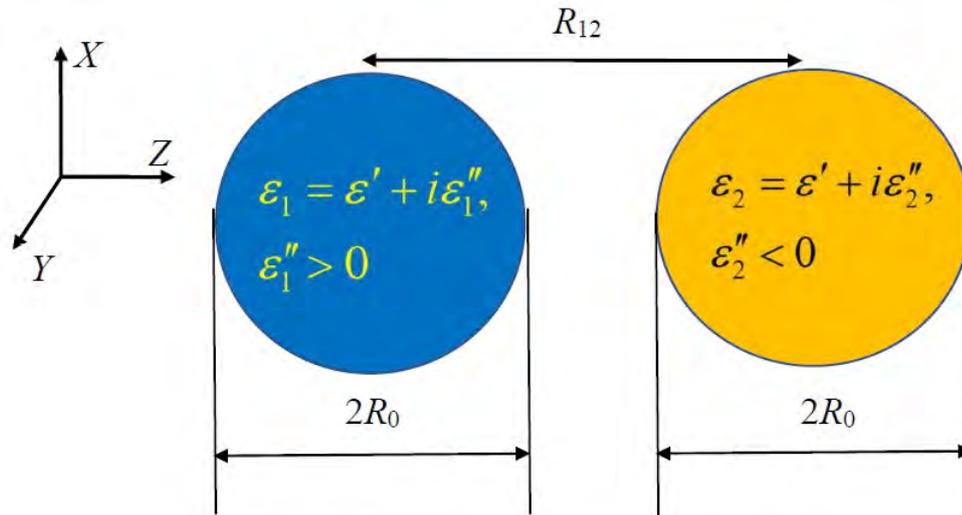


Рисунок 3 – Геометрия мета-молекулы, из множества которых сделана наша метаповерхность. Каждый мета-атом – это сферическая частица радиуса $R_0 \ll \lambda$ с диэлектрической проницаемостью ε_1 или ε_2 соответственно

Общая теория оптических свойств мета-молекулы из двух сферических наночастиц известна как для частиц произвольного размера [17], так и для наночастиц, где можно пренебречь запаздыванием [18-21]. Для плазмонных наночастиц естественным спектральным параметром является не частота, а диэлектрическая проницаемость, и поэтому в дальнейшем мы будем искать такие значения диэлектрической проницаемости, при которой в мета-атоме, мета-молекуле или мета-поверхности возникают резонансы или другие особенности. Резонансные частоты можно затем найти, если использовать тот или иной закон дисперсии. Например, в случае закона дисперсии Друде

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{plasmon}^2}{\omega^2}, \quad (7)$$

зная резонансную диэлектрическую проницаемость, можно найти и резонансную частоту:

$$\omega = \frac{\omega_{plasmon}}{\sqrt{1 - \varepsilon(\omega)}}. \quad (8)$$

На рис. 4 показаны зависимости резонансных значений диэлектрической проницаемости метамолекулы, показанной на рис. 3, в отсутствие потерь от расстояния между мета-атомами [18, 19]. Для вычисления этой зависимости использовалась бисферическая система координат, в которой переменные разделяются, а удовлетворение граничных условий на поверхности сфер приводит к бесконечной системе линейных по ε однородных уравнений, нетривиальное решение которой возможно только при выполнении этих дисперсионных уравнений.

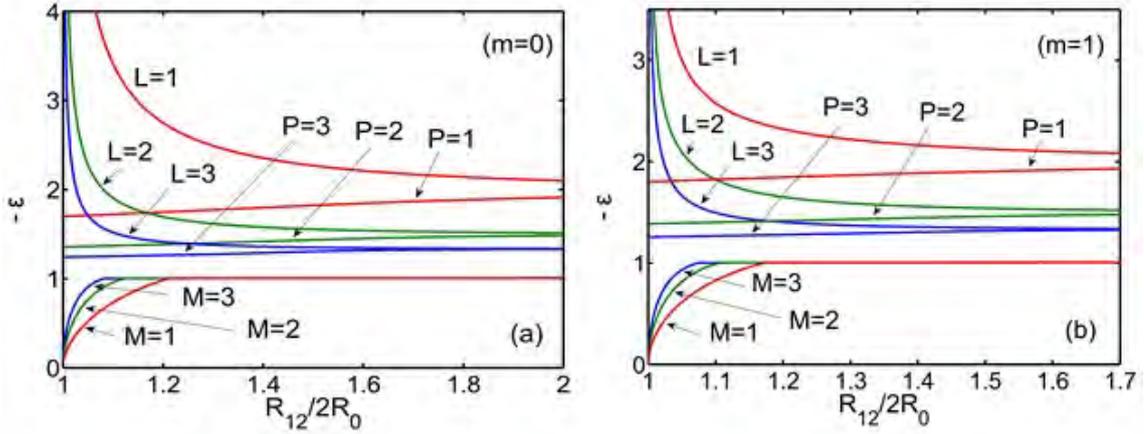


Рисунок 4 – Закон дисперсии диэлектрических проницаемостей метамолекулы в зависимости от расстояния между двумя сферическими наночастицами в пренебрежении запаздыванием (а) $m = 0$ (осесимметричные колебания) и (б) $m = 1$ (колебания перпендикулярные оси). В нижней части графиков на расстояниях $R_{12}/2R_0 < 1.2$ видно возникновение новых мод (М-моды), что свидетельствует о переходе в режим сильного взаимодействия между мета-атомами. Красные линии - это дипольные колебания, зеленые - квадрупольные и т.д. [18–20]

Как видно из рис. 4, при больших расстояниях между мета-атомами $R_{12}/(2R_0) > 2$ взаимодействие между ними очень мало, и в спектре присутствуют только продольные (L -моды) и поперечные (P -моды) колебания с диэлектрическими проницаемостями, близкими к резонансным проницаемостям изолированных мета-атомов

$$\varepsilon_n(\omega) = -\frac{n+1}{n}, \quad (9)$$

где n определяет мультипольность плазмонных колебаний изолированной сферической частицы [18–20].

Сильное взаимодействие между дипольными модами и модами более высокой мультипольности изолированных мета-атомов возникает на расстояниях $R_{12}/2R_0 < 1.2$, где пространственная структура мод сильно меняется и даже возникают новые моды (M -моды). Поэтому для корректности мы будем далее рассматривать случай $R_{12}/2R_0 = 1.2$, когда приближение мета-атомов точечными диполями еще корректно.

Дипольные моменты мета-атомов в метамолекуле с учетом их квазистатического дипольного взаимодействия и внешнего однородного поля \mathbf{E}_0 можно описать системой уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_1 &= \tilde{\alpha}_1 (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}_1)) = \tilde{\alpha}_1 \left(\mathbf{E}_0 + \overset{\leftrightarrow}{G}^0(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{d}_2 \right); \\ \mathbf{d}_2 &= \tilde{\alpha}_2 (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}_2)) = \tilde{\alpha}_2 \left(\mathbf{E}_0 + \overset{\leftrightarrow}{G}^0(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \mathbf{d}_1 \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$G_{\mu\nu}^0(\mathbf{R}) = -\frac{\delta_{\mu\nu}}{|\mathbf{R}|^3} + 3\frac{\mathbf{R}_\mu \mathbf{R}_\nu}{|\mathbf{R}|^5}, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3 \quad (11)$$

- квазистатическая функция Грина дипольного источника и \mathbf{E}_0 - внешнее поле.

Решая уравнения (10), можем найти дипольный момент мета-молекулы при различных ориентациях внешнего поля:

$$\mathbf{d}_{tot,z} = \mathbf{d}_{1,z} + \mathbf{d}_{2,z} = \frac{\left(\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 + \frac{4\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_2}{R_{12}^3}\right)}{\left(1 - \frac{4\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_2}{R_{12}^6}\right)} \mathbf{E}_{0z}, \quad (12)$$

$$\mathbf{d}_{tot,x} = \mathbf{d}_{1,x} + \mathbf{d}_{2,x} = \frac{\left(\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 - \frac{2\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_2}{R_{12}^3}\right)}{\left(1 - \frac{\tilde{\alpha}_1\tilde{\alpha}_2}{R_{12}^6}\right)} \mathbf{E}_{0x}. \quad (13)$$

Исходя из (12) и (13), поляризуемости мета-молекулы можем представить в виде тензора с диагональными компонентами [21]:

$$\alpha_{xx}^M = \alpha_{yy}^M = \frac{R_0^3 \xi^3 (\alpha_1 \xi^3 + \alpha_2 \xi^3 - \alpha_1 2\alpha_2)}{\xi^6 - \alpha_1 \alpha_2}, \quad (14)$$

$$\alpha_{zz}^M = \frac{R_0^3 \xi^3 (\alpha_1 \xi^3 + \alpha_2 \xi^3 + 4\alpha_1 \alpha_2)}{\xi^6 - 4\alpha_1 \alpha_2}, \quad (15)$$

где $\xi = R_{12}/R_0 > 2$, α_1 и α_2 – дипольные поляризуемости изолированных мета-атомов без фактора R_0^3 , то есть

$$\alpha_1 = \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 2}, \alpha_2 = \frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 + 2}. \quad (16)$$

Учет вклада более высоких мультиполей в поляризуемость мета-молекулы также возможен [18–22], но в данной работе для получения наглядных аналитических результатов мы ограничимся случаем слабого взаимодействия $R_{12}/R_0 \geq 2.4$, когда высшими мультиполями можно пренебречь.

Собственные колебания в изолированной мета-молекуле возникают в случае, когда знаменатель в (14) или (15) обращаются в нуль, то есть когда

$$\xi^6 - \beta^2 \alpha_1 \alpha_2 = 0 \Rightarrow (\varepsilon_1 + 2)(\varepsilon_2 + 2)\xi^6 = \beta^2 (\varepsilon_1 - 1)(\varepsilon_2 - 1). \quad (17)$$

Параметр $\beta = -1$ соответствует собственным колебаниям с дипольным моментом, перпендикулярным оси мета-молекул (оси x и y на рис. 1), в то время как $\beta = 2$ соответствует собственным колебаниям с дипольным моментом, параллельным оси мета-молекул (ось z на рис. 1).

В дальнейшем мы будем выделять два случая рассмотрения мета-молекулы. Первый случай – это мета-молекулы с PT (parity-time) симметрией [22]. Этот случай реализуется, когда

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon^*(x, y, -z), \quad (18)$$

или в нашем случае:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon' + i\varepsilon'', \quad \varepsilon_2 = \varepsilon' - i\varepsilon''. \quad (19)$$

Здесь * обозначает комплексное сопряжение. Этот случай более интересен с теоретической точки зрения, так как позволяет найти особые (exceptional) собственные колебания системы.

Второй случай мета-молекул, который мы будем рассматривать, – это несимметричные системы, в которых одна частица имеет фиксированную мнимую часть диэлектрической проницаемости, в то время как мнимая часть другой может изменяться по величине и по знаку посредством оптической накачки (см. (1)). Этот более общий случай более адекватно описывает возможные экспериментальные реализации данного подхода.

В первом случае $\varepsilon_1'' = -\varepsilon_2'' = \varepsilon''$ и дисперсионное уравнение (17), связывающее между собой действительную и мнимые части проницаемостей активной и пассивной наночастицы, принимает вид:

$$\Delta = \beta^2 \left((\varepsilon' - 1)^2 + \varepsilon''^2 \right) - \xi^6 \left((\varepsilon' + 2)^2 + \varepsilon''^2 \right) = 0. \quad (20)$$

Весьма важно, что в этом случае дисперсионное уравнение является четной функцией мнимой части диэлектрической функции ε'' .

Уравнение (20) определяет дисперсионную связь между ε' и ε'' . С геометрической точки зрения это решение описывается окружностью

$$(\varepsilon' - \varepsilon'^*)^2 + \varepsilon''^2 = r^{*2} \quad (21)$$

с центром в точке

$$\varepsilon'^* = - (2\xi^6 + \beta^2) / (\xi^6 - \beta^2) \quad (22)$$

и радиусом

$$r^* = 3\xi^3|\beta|/(\xi^6 - \beta^2). \quad (23)$$

Такие РТ симметричные решения уравнения (20) существуют при $\varepsilon'' < \varepsilon''_{\max} = r^*$ и соответствуют незатухающим электромагнитным колебаниям, несмотря на присутствие потерь и усиления в мета-молекуле.

В несимметричном случае $\varepsilon''_1 \neq -\varepsilon''_2$ дисперсионное уравнение (20) имеет нетривиальные решения при выполнении условий

$$\varepsilon''_1 \times \varepsilon''_2 = -\frac{9\beta^2\xi^6}{(\xi^6 - \beta^2)^2}, \quad \varepsilon' = \varepsilon'^* = -\frac{2\xi^6 + \beta^2}{\xi^6 - \beta^2}. \quad (24)$$

Решение дисперсионного уравнения (17) в произвольном случае показано на рис. 5:

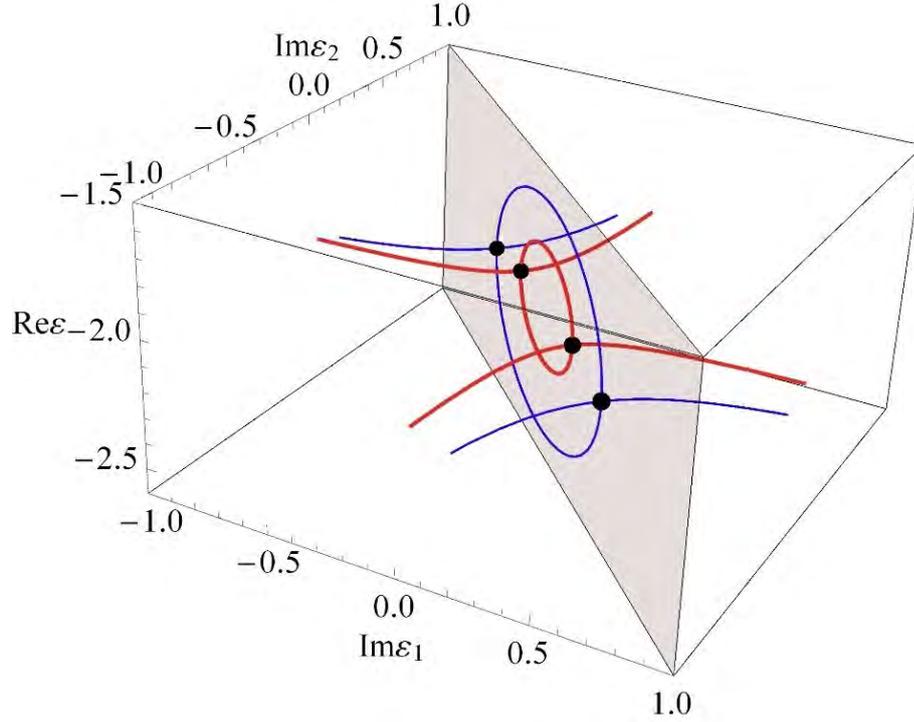


Рисунок 5 – Решение дисперсионного уравнения (17) для $\xi = R_{12}/R_0 = 2.4$. Красные и синие кривые соответствуют поперечным ($\beta = -1$) или продольным ($\beta = 2$) колебаниям, соответственно. Черные точки обозначают исключительные (exceptional) точки, в которых происходит смена режима собственных колебаний

Замкнутые круги на рис. 5 соответствуют РТ симметричному решению (21), в то время как гиперболы, лежащие в плоскости, перпендикулярной плоскости кругов, соответствуют решению (24). Черные точки обозначают исключительные (exceptional) точки, в которых происходит смена режима собственных колебаний. Это решение обобщает решение, найденное для двухмерного случая [23].

Еще раз подчеркнем, что при рассматриваемых нами параметрах при описании оптических свойств мета-молекулы можно пренебречь модами более высокой мультипольности по сравнению с дипольными. Для подтверждения этого факта на рис. 6 показаны решения дисперсионного уравнения для РТ симметричной системы из двух сферических наночастиц конечного размера с учетом всех мультиполей [21].

Из этого рисунка хорошо видно, что при рассматриваемых нами параметрах ($R_{12}/2R_0 \geq 1.2$) можно пренебречь модами более высокой мультипольности. При меньших расстояниях между сферическими наночастицами ($R_{12}/2R_0 < 1.18$) моды начинают сливаться, и для описания оптических свойств мета-молекул на таких расстояниях требуется учет мультиполей более высоких порядков.

Эффективная поляризуемость мета-молекулы в метаповерхности

Образующие метаповерхность мета-молекулы взаимодействуют между собой и поэтому выражения для поляризуемостей (14) и (15) должны быть модифицированы. Для наглядности мы вычислим эффективные поляризуемости мета-молекул в случае нормального падения света на метаповерхность.

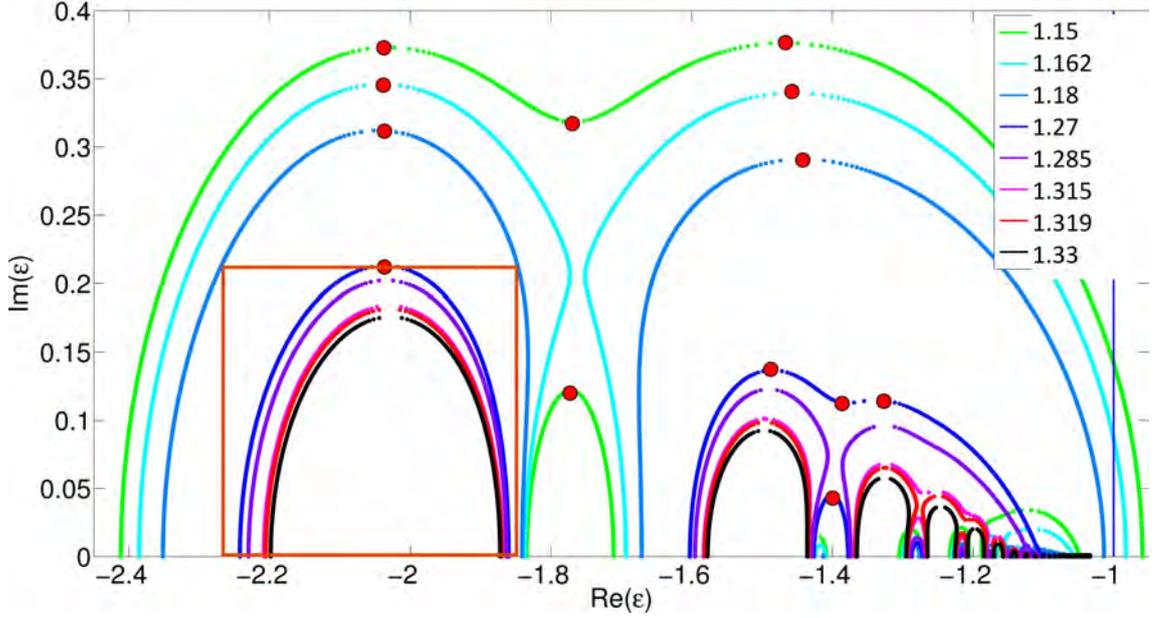


Рисунок 6 – Решение дисперсионного уравнения для РТ симметричной системы из двух сферических наночастиц конечного размера с учетом всех мультиполей в плоскости $\varepsilon''_1 = -\varepsilon''_2 = \text{Im}\varepsilon$ (эта плоскость показана на рис. 5) для различных расстояний между частицами $R_{12}/(2R_0)$. Красные кружочки показывают исключительные точки. Красный квадрат показывает область слабого влияния высших мультиполей на дипольные моды, $R_{12}/2R_0 \geq 1.2$, $\text{Re}\varepsilon \approx -2$. В этой области дисперсионные кривые являются кругами, как и на рис. 5

В случае симметричной квадратной решетки с периодом P для дипольных моментов метамолекул, которые считаются точечными, можно написать самосогласованные уравнения, аналогичные уравнениям (10),

$$p_y = \alpha_{yy}^M \left(E_{0y} + \sum_{i \neq j} G_{yy}(\mathbf{R}_{ij}) p_y \right), \quad p_z = \alpha_{zz}^M \left(E_{0z} + \sum_{i \neq j} G_{zz}(\mathbf{R}_{ij}) p_z \right) \quad (25)$$

для поляризации падающего света вдоль оси y или z соответственно. В (25) $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$ - расстояния между узлами решетки,

$$G_{yy}(\mathbf{R}_{ij}) = G_{zz}(\mathbf{R}_{ij}) = G_{xx}(\mathbf{R}_{ij}) = G(\mathbf{R}_{ij})$$

диагональные члены тензорной функции Грина уравнения Максвелла [24],

$$G_{\mu\nu}(\mathbf{R}) = \left[k_0^2 (\delta_{\mu\nu} - \mathbf{n}_\mu \mathbf{n}_\nu) + (3\mathbf{n}_\mu \mathbf{n}_\nu - \delta_{\mu\nu}) \frac{(1 - ik_0 \mathbf{R})}{\mathbf{R}^2} \right] \frac{e^{ik_0 \mathbf{R}}}{\mathbf{R}}, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3 \quad (26)$$

и i, j - составные индексы, характеризующие положение метамолекул в решетке, $i = (m, n)$, $j = (p, q)$.

Решение уравнений (25) имеет вид

$$p_y = \alpha_{yy}^{eff} E_{0y}, \quad p_z = \alpha_{zz}^{eff} E_{0z}, \quad (27)$$

где $\alpha_{yy}^{eff} \alpha_{zz}^{eff}$ - эффективные поляризуемости метамолекулы с учетом их взаимодействия:

$$\alpha_{yy}^{eff} = (1/\alpha_{yy}^M - \aleph)^{-1}, \quad \alpha_{zz}^{eff} = (1/\alpha_{zz}^M - \aleph)^{-1}, \quad (28)$$

где

$$\aleph = \sum_{i \neq j} G(\mathbf{R}_{ij}) = \frac{1}{2} \sum_{j \neq 0} \frac{e^{ik_0 \mathbf{R}_{j0}}}{\mathbf{R}_{j0}} (k_0^2 + 1/\mathbf{R}_{j0}^2 - ik_0/\mathbf{R}_{j0}). \quad (29)$$

При выводе (29) использован тот факт, что $\frac{y^2}{\mathbf{R}^2} = \frac{z^2}{\mathbf{R}^2} = \frac{1}{2}$ в случае суммирования по симметричной решетке.

Полагая в (29) $\mathbf{R}_{j0} = P\sqrt{m^2 + n^2} = P\tilde{R}$, получим

$$\alpha_{yy}^{eff} = \left(1/\alpha_{yy}^M - \tilde{\aleph}/P^3 \right)^{-1}, \quad \alpha_{zz}^{eff} = \left(1/\alpha_{zz}^M - \tilde{\aleph}/P^3 \right)^{-1}, \quad (30)$$

$$\tilde{\aleph} = \frac{1}{2} \sum_{m^2+n^2 \neq 0} \frac{e^{ix\sqrt{m^2+n^2}}}{\sqrt{m^2+n^2}} \left(x^2 + 1/(m^2+n^2) - ix/\sqrt{m^2+n^2} \right), \quad (31)$$

где $x = k_0 P$ - размерный параметр решетки. Решеточные суммы (31) понимаются как предел, в котором потери в окружающем мета-поверхность пространстве стремятся к нулю, $k_0 = k_0 + i\delta$, $x = k_0 P + i\delta P$, $\delta \rightarrow 0$.

Для эффективного вычисления решеточной суммы (31) разделим ее на две части: одну с $n = 0$ и другую с $n \neq 0$ (см. рис. 7).

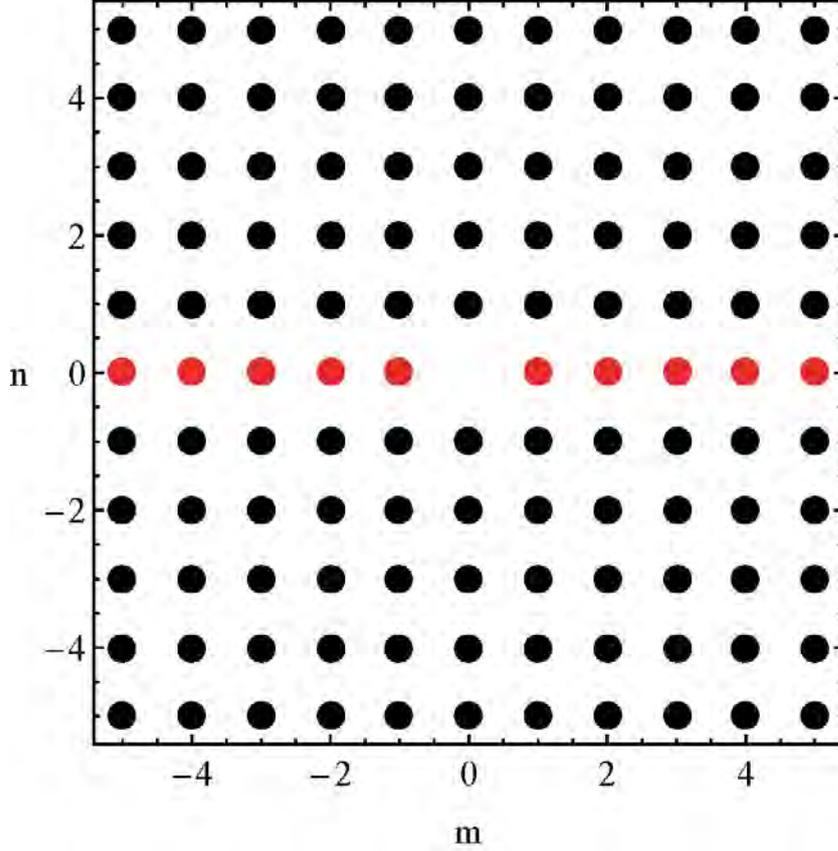


Рисунок 7 – Разбиение решеточной суммы на часть с $n = 0$ (красные кружочки) и все остальное с $n \neq 0$ (черные кружочки)

В результате такого разбиения получим

$$\begin{aligned} \tilde{\aleph} &= \frac{1}{2} \sum_{m \neq 0} \frac{e^{ix\sqrt{m^2}}}{\sqrt{m^2}} \left(x^2 + 1/(m^2) - ix/\sqrt{m^2} \right) + \\ &\frac{1}{2} \sum_{n \neq 0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix\sqrt{m^2+n^2}}}{\sqrt{m^2+n^2}} \left(x^2 + 1/(m^2+n^2) - ix/\sqrt{m^2+n^2} \right) = \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{ixm}}{m} \left(x^2 + 1/m^2 - ix/m \right) + \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix\sqrt{m^2+n^2}}}{\sqrt{m^2+n^2}} \left(x^2 + 1/(m^2+n^2) - ix/\sqrt{m^2+n^2} \right) = \\ &\sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{ixm}}{m} \left(x^2 + 1/m^2 - ix/m \right) + \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^2 - \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} \right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix\sqrt{m^2+n^2}}}{\sqrt{m^2+n^2}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Решеточные суммы с $n = 0$ выражаются в явном виде через полилогарифмическую функцию $Li_n(e^{ix})$.

Для эффективного вычисления решеточных сумм с $n \neq 0$ целесообразно использовать преобразо-

вание (см. [25, стр. 489])

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix\tilde{R}_{mn}}}{\tilde{R}_{mn}} = \left(i\pi H_0^{(1)}(x|n|) + 4 \sum_{m=1}^{\infty} K_0 \left(|n| \sqrt{(2\pi m)^2 - x^2} \right) \right). \quad (33)$$

Из (33) видно, что эта сумма убывает как $1/\sqrt{n}$ при стремлении n к бесконечности, что и приводит к конечности всех решеточных сумм. В результате решеточные суммы можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\aleph} &= \aleph_1 + \aleph_2 \\ \aleph_1 &= i\pi x^2 \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}(xn) + i\pi x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} H_1^{(1)}(xn) + \\ &4x^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} K_0(nx_m) + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{\infty} x_m K_1(nx_m) \\ \aleph_2 &= x^2 Li_1(e^{ix}) - ix Li_2(e^{ix}) + Li_3(e^{ix}), \end{aligned} \quad (34)$$

где $x = k_0P$ - размерный параметр решетки, а $x_m = \sqrt{(2\pi m)^2 - x^2}$. Все суммы в (34) сходятся, наиболее проблемный член - это сумма $\sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}(xn)$. Учитывая, что асимптотика $H_0^{(1)}(z)$ при больших аргументах имеет вид

$$H_0^{(1)}(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{i(z-\pi/4)},$$

можно показать, что и эта сумма сходится. Рис. 8 также показывает, что эта сумма сходится, хотя и медленно.

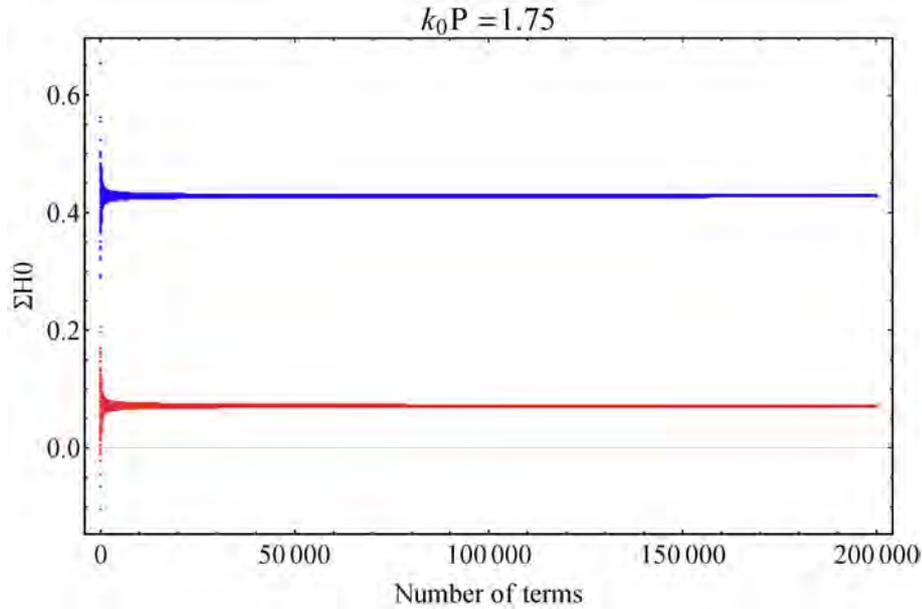


Рисунок 8 – Сходимость суммы $\sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}(xn)$ в зависимости от числа удержанных членов при $x = k_0P = 1.75$. Красные точки- действительная часть суммы, синие точки - мнимая часть.

График зависимости $\tilde{\aleph} = \aleph_1 + \aleph_2$ от $x = k_0P$ показан на рис. 9.

Из рис. 9 видно, что мнимая часть решеточной суммы $\tilde{\aleph}$ обращается в 0 в квазистатическом режиме ($x = k_0P = 0$), где

$$\tilde{\aleph}(0) = \zeta(3) + \pi^2/3 + 8\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{\infty} m K_1(2\pi mn) \approx 4.51681, \quad (35)$$

а также в случае $x = k_0P = 3.07$

$$\tilde{\aleph}(3.07) = -15.98. \quad (36)$$

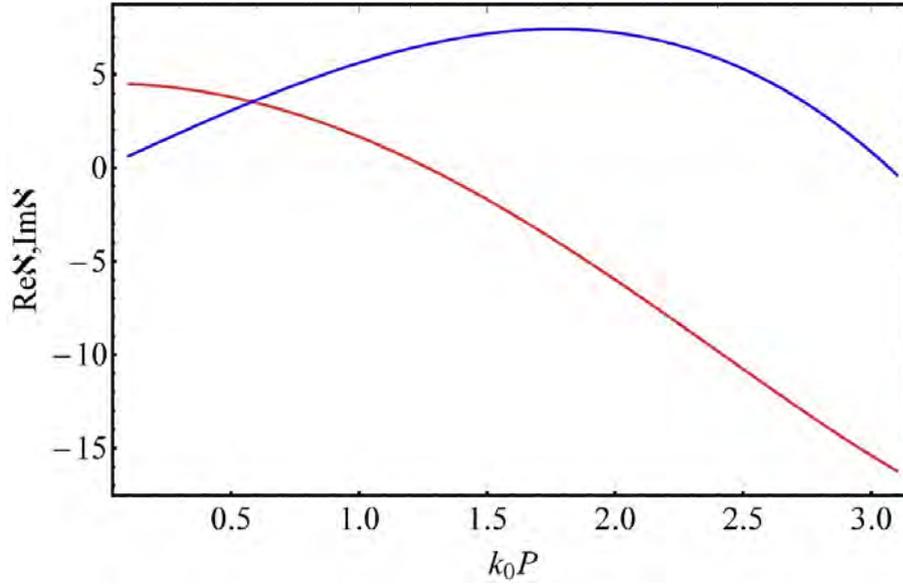


Рисунок 9 – График зависимости решеточной суммы $\tilde{N} = N_1 + N_2$ от размерного параметра решетки k_0P . Красная кривая – действительная часть \tilde{N} , синяя кривая – мнимая часть \tilde{N}

В РТ симметричном случае мета-молекул $\varepsilon_1'' = -\varepsilon_2'' = \varepsilon''$ и в случае действительной решеточной суммы \tilde{N} дисперсионные кривые снова имеют вид окружностей

$$(\varepsilon' - \varepsilon'_{EP})^2 + \varepsilon''^2 = \varepsilon''_{EP}{}^2 \quad (37)$$

с центром в точке

$$\varepsilon'_{EP} = -\frac{\beta^2 + 2\xi^6 + \tilde{G}\xi^3(2\beta - \xi^3)}{(\xi^3 + \beta)\left((1 - 2\tilde{G})\xi^3 - \beta\right)} \quad (38)$$

и с радиусом

$$\varepsilon''_{EP} = \frac{3\xi^3(\beta + \tilde{G}\xi^3)}{(\xi^3 + \beta)\left((1 - 2\tilde{G})\xi^3 - \beta\right)}, \quad (39)$$

которые уже зависят и от решеточных сумм $\tilde{G} = \psi\tilde{N}(x) = \left(\frac{R_0}{P}\right)^3\tilde{N}(x)$. Если условие РТ симметрии не выполняется, но решеточная сумма остается действительной, то

$$\varepsilon' = \varepsilon'_{EP}, \varepsilon_1'' \times \varepsilon_2'' = -\varepsilon''_{EP}{}^2. \quad (40)$$

Если же решеточная сумма принимает комплексные значения $\tilde{G} = \tilde{G}' + i\tilde{G}''$ (это, как правило, так и есть), то дисперсионные кривые имеют всего две ветви, симметричные относительно оси $\varepsilon_1'' = \varepsilon_2''$ и начинающиеся из точки

$$\varepsilon_1'' = \varepsilon_2'' = 0; \varepsilon' = \frac{\beta - 2\xi^3}{\beta + \xi^3} \quad (41)$$

или из точки

$$\begin{aligned} \varepsilon_1'' = \varepsilon_2'' &= -\frac{6\tilde{G}''\xi^6}{4\tilde{G}''^2\xi^6 + (\beta - \xi^3 + 2\tilde{G}'\xi^3)^2}; \\ \varepsilon' &= \frac{(\beta - \xi^3 + 2\tilde{G}'\xi^3)(\beta + 2\xi^3 + 2\tilde{G}'\xi^3) + 4\tilde{G}''^2\xi^6}{4\tilde{G}''^2\xi^6 + (\beta - \xi^3 + 2\tilde{G}'\xi^3)^2}. \end{aligned} \quad (42)$$

Законы дисперсии в квазистатическом случае $k_0P = 0$ и в случае решетки с размерными параметрами $k_0P = 0.58$, $k_0P = 1.57$, $k_0P = 2.5$ и $k_0P = 3.07$ показаны на рис. 10, 11.

Из рис. 10, 11 видно, что исключительная точка появляется не только для одиночной мета-молекулы и в квазистатическом режиме, но также и в случае $k_0P = 3.07$, то есть в случае достаточно редкой решетки, когда нет потерь на излучение.

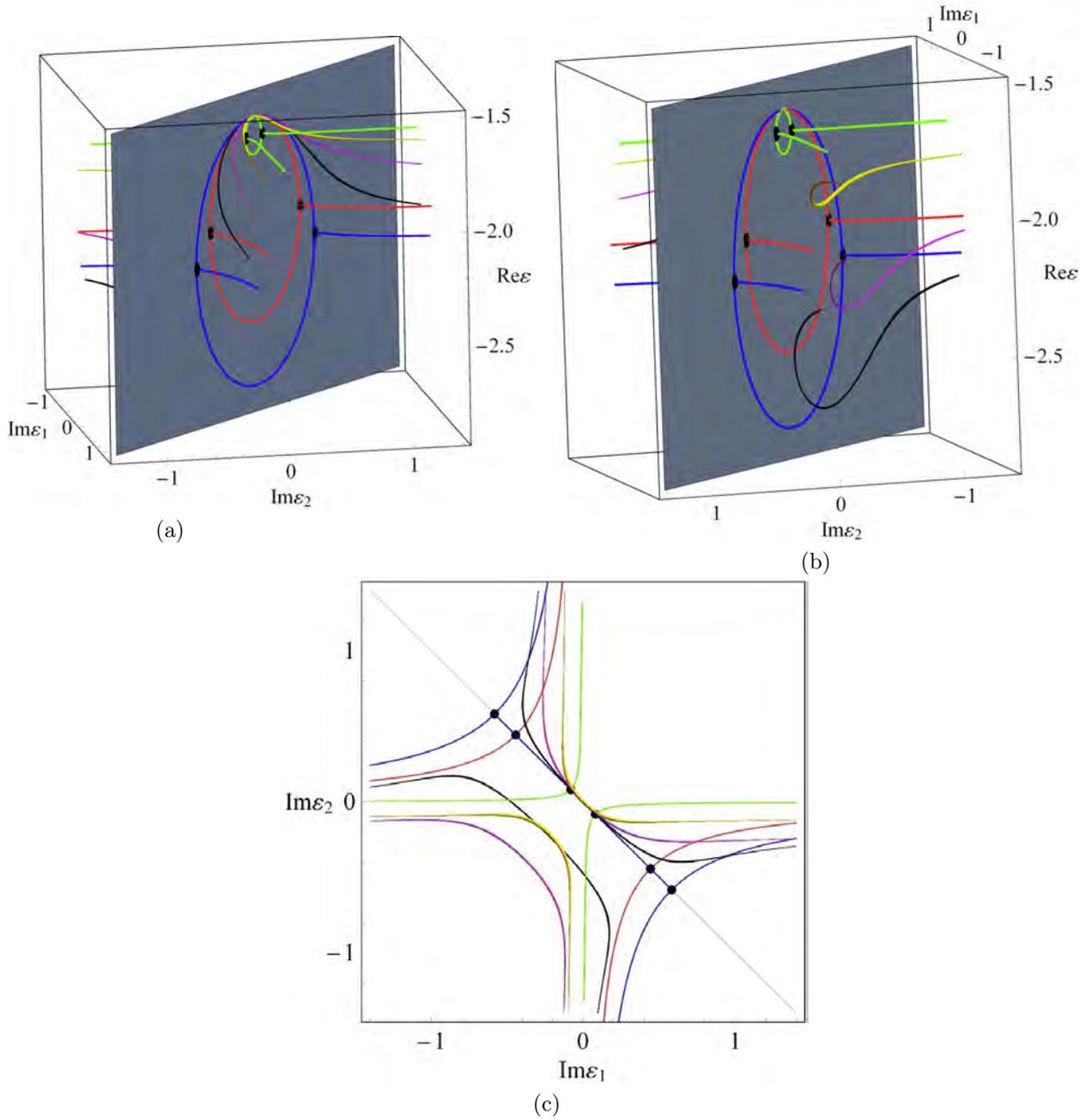


Рисунок 10 – Закон дисперсии диэлектрических проницаемостей для изолированного димера $k_0P = \infty$ (красный цвет), для решетки в квазистатическом режиме $k_0P = 0$ (синий цвет) и для решетки в режиме с запаздыванием $k_0P = 0.58$ (черный), $k_0P = 1.57$ (сиреневый), $k_0P = 2.5$ (желтый), $k_0P = 3.07$ (зеленый) (продольная ориентация поля). Черные точки обозначают исключительные (exsertional) точки, в которых происходит смена режима собственных колебаний. Для наглядности показаны различные проекции трехмерных кривых

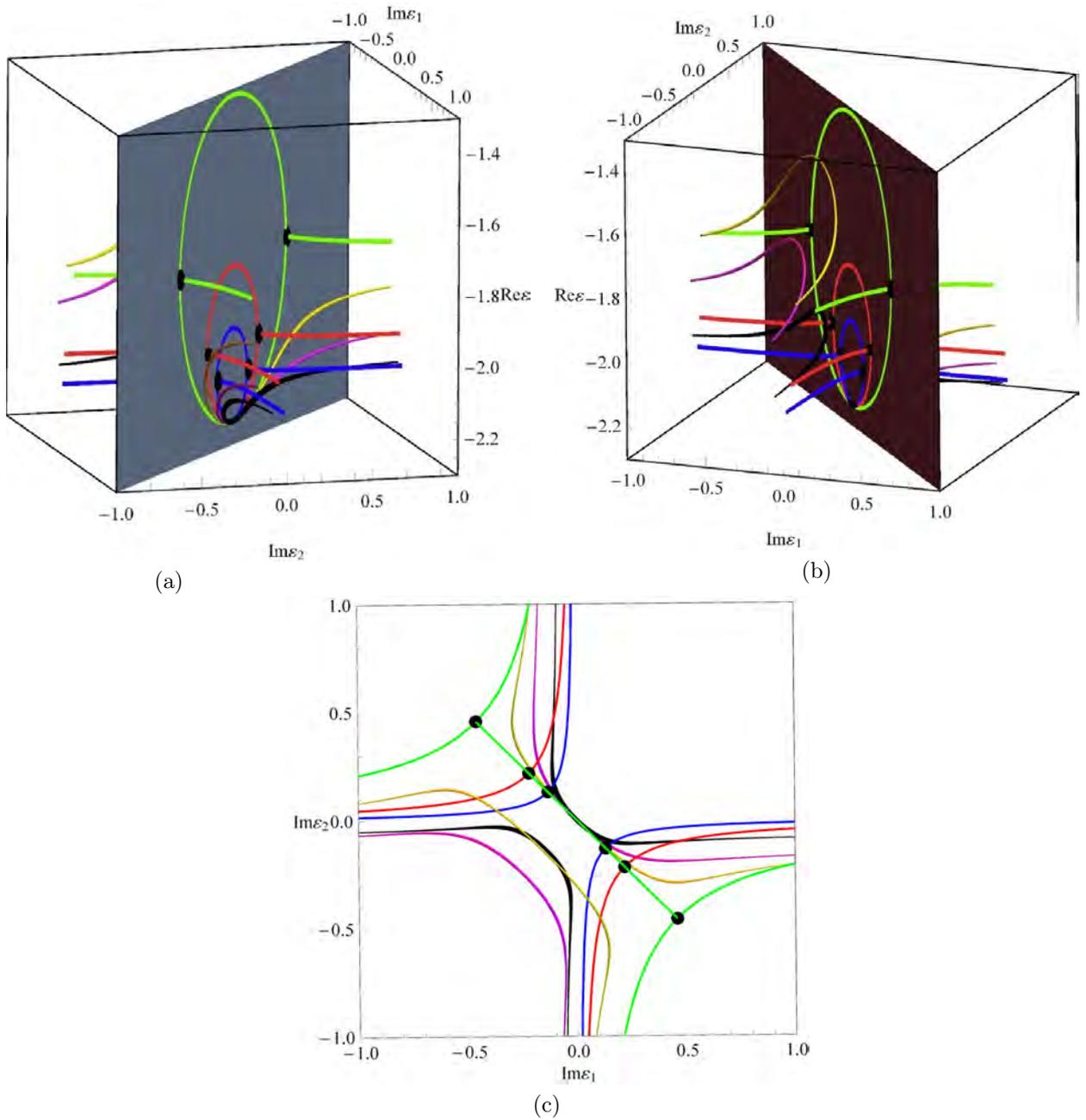


Рисунок 11 – Закон дисперсии диэлектрических проницаемостей для изолированного димера $k_0P = \infty$ (красный цвет), для решетки в квазистатическом режиме $k_0P = 0$ (синий цвет) и для решетки в режиме с запаздыванием $k_0P = 0.58$ (черный), $k_0P = 1.57$ (сиреневый), $k_0P = 2.5$ (желтый), $k_0P = 3.07$ (зеленый) (поперечная ориентация поля). Черные точки обозначают исключительные (exсeptional) точки, в которых происходит смена режима собственных колебаний. Для наглядности показаны различные проекции трехмерных кривых

Отражение и прохождение света при нормальном падении света на активную метаповерхность

Рассмотрим сначала случай, когда поляризация света направлена вдоль оси z , то есть вдоль оси мета-молекулы:

$$\mathbf{E}_{in} = (0, 0, 1)E_0 e^{-ik_0 x}. \quad (43)$$

В этом случае падающий поток энергии равен

$$S_{in,x} = \frac{c}{8\pi} E_0^2, \quad (44)$$

а каждая мета-молекула из-за симметрии решетки согласно (27) приобретает один и тот же дипольный момент:

$$p_z = \alpha_{zz}^{eff} E_0. \quad (45)$$

Вектор Герца поля, излучаемого решеткой таких диполей, имеет вид

$$\Pi_z = p_z \sum_{m,n} \frac{\exp(ik_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{mn}|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{mn}|}. \quad (46)$$

Для нахождения поля от решетки диполей воспользуемся тождеством Вейля [26, с. 65 - 75]:

$$\frac{\exp(ik_0 r)}{r} = \frac{i}{2\pi} \iint dk_y dk_z \frac{\exp(ik_z z + ik_y y + ik_x |x|)}{k_x} \quad (47)$$

$$k_x = \sqrt{k_0^2 - k_z^2 - k_y^2}; \text{Re} k_x > 0; \text{Im} k_x > 0$$

и формулой суммирования Пуассона [27, с. 170, (36)]

$$\sum_m \exp(ik_z P m) = 2\pi \sum_m \delta(k_z P - 2\pi m). \quad (48)$$

В результате вместо (46) получим

$$\Pi_z = \frac{ip_z 2\pi}{P^2} \sum_{m,n} \frac{\exp(ik_{z,n} x + ik_{y,m} y + ik_{x,mn} |x|)}{k_{x,mn}} \quad (49)$$

$$k_{x,mn} = \sqrt{k_0^2 - k_{y,m}^2 - k_{z,n}^2}, k_{y,m} = \frac{2\pi m}{P}, k_{z,n} = \frac{2\pi n}{P}.$$

При $k_0 P < 2\pi$ (это соответствует режиму метаматериалов, а не режиму дифракционной решетки) все члены с $m, n \neq 0$ экспоненциально затухают при удалении от метаповерхности (эванесцентные волны), и дальнейшее поле описывается только одним членом с $m, n = 0$:

$$\Pi_z = p_z \sum_{m,n} \frac{\exp(ik_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{mn}|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{mn}|} = \frac{ip_z 2\pi}{P^2} \frac{\exp(ik_0 |x|)}{k_0}. \quad (50)$$

Соответственно, поле, излучаемое мета-молекулами, имеет вид:

$$E_z = k_0^2 \Pi_z = \frac{i\alpha_{zz}^{eff} E_0 k_0 2\pi}{P^2} \exp(ik_0 |x|). \quad (51)$$

Для отраженного и проходящего потоков энергии и коэффициентов отражения и прохождения соответственно имеем:

$$S_{R,x} = \frac{c\pi}{2P^4} |\alpha_{zz}^{eff}|^2 E_0^2 k_0^2 \quad (52)$$

$$S_{T,x} = \frac{cE_0^2}{8\pi} \left| 1 + \frac{2i\pi k_0 \alpha_{zz}^{eff}}{P^2} \right|^2,$$

$$R = \frac{S_{R,x}}{S_{in,x}} = \frac{4\pi^2 k_0^2}{P^4} |\alpha_{zz}^{eff}|^2 \quad (53)$$

$$T = \frac{S_{T,x}}{S_{in,x}} = \left| 1 + \frac{2i\pi k_0 \alpha_{zz}^{eff}}{P^2} \right|^2.$$

Для поперечной поляризации имеем аналогичные выражения, в которых надо заменить поляризуемости $\alpha_{zz}^{eff} \rightarrow \alpha_{yy}^{eff}$.

Выражения (53) имеют полюс при выполнении решения дисперсионного уравнения (см рис. 10, 11). С физической точки зрения это означает возникновение генерации, что не очень интересно применительно к управлению входящими пучками света.

С практической точки зрения более интересным представляется нахождение условий, при которых малое изменение накачки, то есть мнимой части диэлектрической проницаемости активного мета-атома, приводит к существенному изменению коэффициентов отражения и преломления.

Для демонстрации такой возможности на рис. 12 показаны зависимости коэффициентов отражения и прохождения в зависимости от мнимой части диэлектрической проницаемости активного мета-атома и периода решетки.

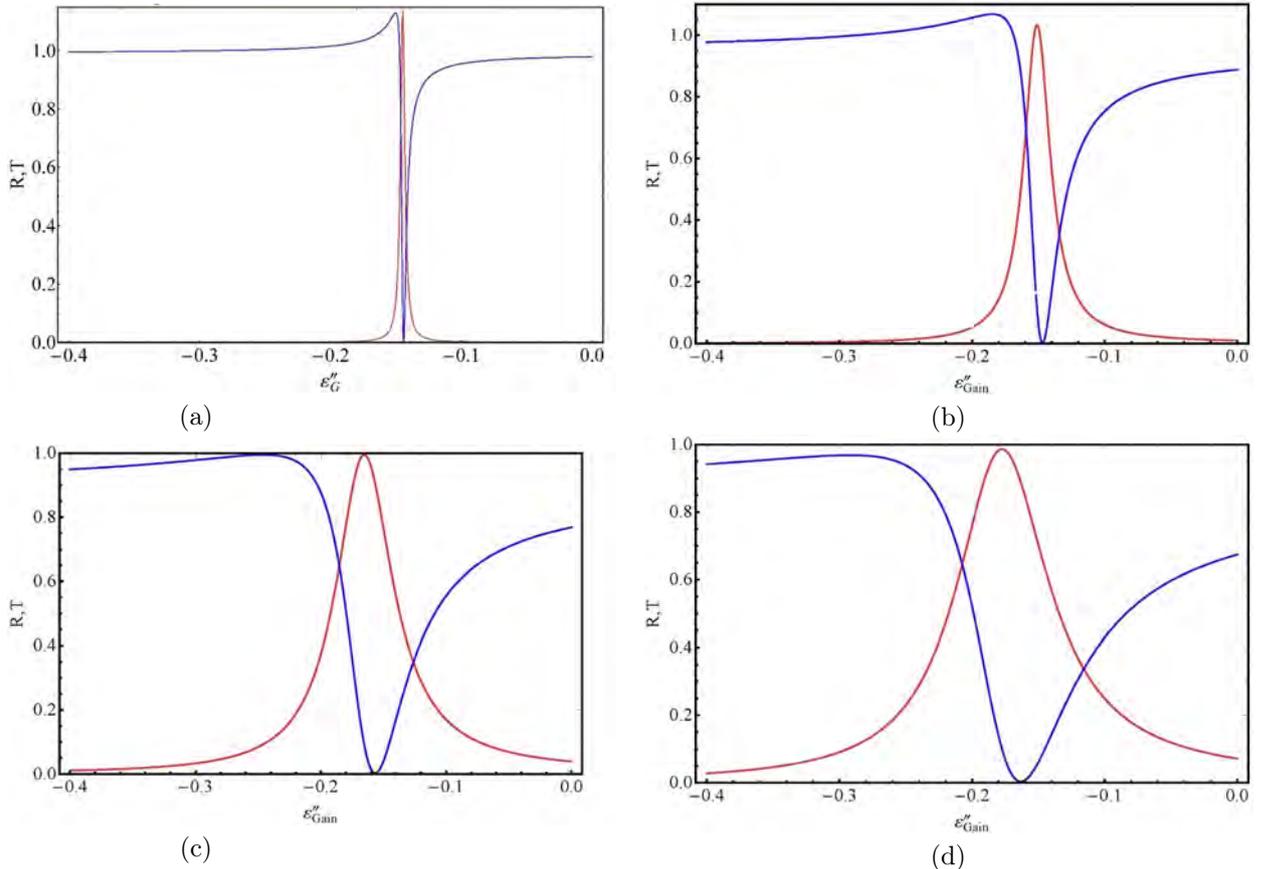


Рисунок 12 – Зависимость коэффициента отражения R (красная кривая) и прохождения T (синяя кривая) света через активную метаповерхность от мнимой части диэлектрической проницаемости активного мета-атома ε''_{Gain} и от периода P. Нормальное падение света. У пассивного мета-атома $\varepsilon'' = 0.3$. Поляризация поперек оси мета-молекулы а) $k_0P = 0.1$, $\varepsilon' = -2.02605$, б) $k_0P = 0.58$, $\varepsilon' = -2.02605$, в) $k_0P = 1.268$, $\varepsilon' = -2.02605$, д) $k_0P = 1.75$, $\varepsilon' = -1.97$

Из этого рисунка видно, что при маленьком периоде решетки ($k_0P = 0.1$) при изменении мнимой части показателя преломления активной частицы всего на 0.005 полное отражение сменяется на полное пропускание, что подтверждает перспективность предлагаемого подхода. При увеличении периода зависимость становится менее острой, но, тем не менее, хорошо выраженной.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложен и теоретически обоснован новый подход к управлению плазмонными метаповерхностями с помощью управления потерями в мета-атомах.

В данной работе для получения простых аналитических результатов был рассмотрен случай мета-атомов в виде сферических частиц одинакового радиуса с одинаковой действительной частью проницаемости. Обобщение на менее симметричный случай можно провести в полной аналогии с подходом, изложенным в работе, а возникающие при этом дополнительные управляющие параметры позволят провести дополнительную оптимизацию процесса управления отражением и прохождением света через метаповерхность.

Можно также более точно описать радиационные потери изолированной мета-молекулы [28, 29],

но эту малую поправку целесообразно учитывать только при подготовке конкретного эксперимента.

Финансирование работы

Автор выражает благодарность Российскому Научному Фонду (грант № 23-42-00049) за финансовую поддержку данной работы.

Благодарности

Автор выражает благодарность А. П. Виноградову за полезные дискуссии, которые способствовали улучшению данной работы.

Список литературы

- [1] Ремнев М.А. Метаповерхности: новый взгляд на уравнения Максвелла и новые методы управления светом / М.А. Ремнев, В.В. Климов // УФН. -2018. - Т.188. - С.169 – 205.
- [2] Klimov V.V. Manipulation of polarization and spatial properties of light beams with chiral metafilms / V.V. Klimov [и др.] // Optics Express. - 2016. - Т.24. - С. 6172.
- [3] Klimov V.V. Fano resonances in a photonic crystal covered with a perforated gold film and its application to bio-sensing / V.V. Klimov [и др.] // J. Phys. D: Appl. Phys. - 2017. - Т.50. - С.285101.
- [4] Rodionov S.A. Refractive index sensor based on all-dielectric gradient metasurface / S. A. Rodionov, M. A. Remnev, V. V. Klimov// Sensing and Bio-Sensing Research. - 2019. - Т. 22. - С.100263.
- [5] Liang Y. Coupling of nanoantennas in loss-gain environment for application in active tunable metasurfaces / Y. Liang // Phys. Rev. B. - 2021. - Т. 103. - С.045419.
- [6] Ota Y. Active topological photonics / Y. Ota [и др.] // Nanophotonics. - 2020. - Т.9. - № 3. - С. 547-567.
- [7] Kang L. Recent Progress in Active Optical Metasurfaces / L. Kang, R. P. Jenkins, D. H. Werner // Advanced Optical Materials. - 2019. - Т. 7. - С. 1801813.
- [8] Active tuning of all-dielectric metasurfaces / J.Sautter [и др.] //ACS nano.-2015. - Т.9. - № 4. - С. 4308 - 4315.
- [9] Ultrafast active plasmonics / K. F., MacDonald [и др.] // Nature Photonics. - 2009. - Т.3. - №1. - С. 55 - 58.
- [10] Ultrafast all-optical tuning of direct-gap semiconductor metasurfaces/ M. R. Shcherbakov [и др.] // Nature communications. - 2017. - Т. 8. - № 1. - С. 1 - 6.
- [11] Nonlinear anisotropic dielectric metasurfaces for ultrafast nanophotonics /G. Della Valle [и др.]// ACS Photonics. - 2017. - Т. 4. - № 9. - С. 2129-2136.
- [12] Shaltout A. M. Spatiotemporal light control with active metasurfaces /A. M. Shaltout, V.M. Shalaev, M. L. Brongersma // Science. - 2019. - Т. 364. - С 648.
- [13] Li, Aobo, Active Metasurfaces and Their Applications 2018 Thesis UC San Diego, <https://escholarship.org/uc/item/90w0c0dk>
- [14] Noginov M.A. Demonstration of a spaser-based nanolaser / M.A. Noginov [и др.] // Nature. - 2009. - Т. 460. - № 7259. - С. 1110 - 1112.
- [15] A. E. Siegman, Lasers (University Science Books, 1986).
- [16] Bohren C.F. Absorption and Scattering of Light by Small Particles/ C.F. Bohren and D.R. Huffman//John Wiley & Sons, 2008.- 544 pages.
- [17] Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. - Минск: Наука и техника, 1968.
- [18] Климов В. Наноплазмоника, Физматлит - (2-ое исправленное издание) – 2010. – М.: Наука. – 480 с.
- [19] Klimov V.V. Plasmonic Atoms and Plasmonic molecules /V.V. Klimov and D.V. Guzatov // Applied Physics A. - 2007. - Т. 89. - С. 305 - 314.
- [20] Klimov V.V. Strongly localized plasmon oscillations in a cluster of two metallic nanospheres /V.V. Klimov and D.V. Guzatov // Phys. Rev. B. - 2007. - Т. 75. - С. 024303.
- [21] Klimov V. Entanglement of bright and dark modes in parity-time-symmetric plasmonic nanoantennas / V. Klimov, A. Lupu // Phys. Rev. B. - 2019. - Т. 100. - С.245434.

- [22] Зябловский А. А. РТ-симметрия в оптике/ А. А. Зябловский А. А. [и др.] // УФН. - 2014. - Т. 184. - С. 1177–1198.
- [23] Klimov V. V. Loss compensation symmetry in dimers made of gain and lossy plasmonic nanoparticles /V.V. Klimov [и др.] // Laser Physics Letters. - 2018. - Т. 15. - С. 035901.
- [24] Jackson J. D. Classical Electrodynamics- 2nd Edition. - Wiley, 1975.
- [25] Collin R. Field Theory of Guided Waves. - IEEE Press, Piscataway, NJ, 1990.
- [26] Chew, W. C. Waves and Fields in Inhomogeneous Media. New York: Van Nostrand Reinhold. 1990. - 608 pages.
- [27] Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. — 512 с.
- [28] Meier M. Enhanced fields on large metal particles: dynamic depolarization/ M. Meier, A.Wokaun // Opt. Lett. - 1983. – Т. 8. - С. 581.
- [29] Wokaun A. Radiation Damping in Surface-Enhanced Raman Scattering /A. Wokaun, J.P. Gordon, P.F. Liao // Phys. Rev. Lett. - 1982. - Т. 48. - С. 957.

CONTROL OF LIGHT REFLECTION AND TRANSMISSION USING AN ACTIVE PLASMON METASURFACE

Klimov V.V.*¹

¹ P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

* klimov256@gmail.com

Abstract

A new approach to the creation of meta-surfaces based on a combination of passive and active meta-atoms is proposed. The optical properties of such meta-surfaces have been studied. It is shown that with a certain choice of meta-surface parameters and changing the pump power, effective switching between complete transmission and total reflection of light is possible.

Key words: active meta-surfaces, meta-atoms, plasmonics, PT symmetry, exceptional points
