

**ПЕРЕВОД И КОММЕНТАРИИ СТАТЬИ ПЁРСЕЛЛА
«ВЕРОЯТНОСТИ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА
РАДИОЧАСТОТАХ» (E. M. PURCELL. SPONTANEOUS
EMISSION PROBABILITIES AT RADIO FREQUENCIES //
PHYSICAL REVIEW, 69, 681, (1946))
(МЕТОДИЧЕСКАЯ ЗАМЕТКА)**

А.П. Виноградов *¹, А.А. Пухов¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 25.12.2023

Одобрена после рецензирования 28.12.2023

Принята к публикации 18.01.2024

Аннотация

Дан перевод работы Пёрселла 1946 года. Показана важность этой работы для дальнейших исследований в области квантовой оптики.

Ключевые слова: спонтанное излучение, усиленное спонтанное излучение

EDN FBQSBА

doi:[10.24412/2949-0553-2023-68-38-40](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2023-68-38-40)

Почти восемьдесят лет появилась короткая статья Э.М. Пёрселла, сыгравшая огромную роль в квантовой оптике и плазмоне. Статья Пёрселла, в которой впервые был введён коэффициент увеличения скорости испускания осциллятора в резонаторе по сравнению с его скоростью спонтанного излучения в свободное пространство, является одной из самых коротких (один абзац) и одновременно активно цитируемой в современной физике работ. По данным ISI Web of Knowledge на 2011 год, статья цитировалась почти 1700 раз. Заметим, что за рубежом звучание фамилии ближе к «Пёрселл», а не к «Парселл», последнее часто встречается в русскоязычной литературе наряду с первым (см. например, [1]).

Ниже предлагается перевод этой статьи [2] на русский язык и приведены некоторые комментарии и ссылки, облегчающие понимание этой важной пионерской работы.

Вероятности спонтанного излучения на радиочастотах Э. М. Пёрселл

Для переходов ядерного магнитного момента на радиочастотах интенсивность спонтанного излучения, рассчитанная по формуле (см. *Комментарий 1*)

$$A_\nu = (8\pi\nu^2/c^3)h\nu(8\pi^3\mu^2/3h^2)sec^{-1},$$

настолько мала, что этот процесс неэффективен для приведения спиновой системы в тепловое равновесие с окружающей средой. При $300^\circ K$ на частоте $\nu = 10^7 sec^{-1}$, и μ , равному одному ядерному магнетону, соответствующее время релаксации составит 5×10^{21} секунд!

Однако для системы, связанной с резонансной электрической цепью, множитель $8\pi\nu^2/c^3$ (см. *Комментарий 2*) больше не дает правильное число осцилляторов излучения на единицу объема в единичном диапазоне частот, существует только один осциллятор в диапазоне частот $\nu/Q - \nu/Q \leq \nu \leq \nu + \nu/Q$, который можно ассоциировать с цепью (см. *Комментарий 2*). При этом вероятность

* Автор, ответственный за переписку: Алексей Петрович Виноградов, a-vinogr@yandex.ru

спонтанного излучения увеличивается, а время релаксации уменьшается в $f = 3Q\lambda^3/4\pi^2V$ раз, где V — объем резонатора (см. *Комментарий 3*).

Если a — характерный размер цепи, так что $V \sim a^3$, а δ — глубина скин-слоя на частоте ν , то $f \sim \lambda^3/a^2\delta$. Для цепи с частотной расстройкой $f \sim \lambda^3/a^3$, а при $a < \delta$ можно показать, что $f \sim \lambda^3/a\delta^2$. Если мелкие металлические частицы диаметром 10^{-3} см смешать с ядерно-магнитной средой при комнатной температуре, то спонтанное излучение должно установить тепловое равновесие за время порядка минуты при $\nu = 10^7 \text{ sec}^{-1}$.

Комментарий 1

Формула $A_\nu = (8\pi\nu^2/c^3)h\nu(8\pi^3\mu^2/3h^2)\text{sec}^{-1}$ — это формула коэффициента Эйнштейна, которая эквивалентна «золотому правилу» Ферми [3] для вероятности перехода в единицу времени, при этом скорость спонтанного излучения в вакуум равна $\gamma^{(rad)} = \frac{4\pi}{3}\Pi_0(\omega)\Omega^2(\omega)$, где Ω^2 — квадрат частоты Раби осцилляций соответствующей моды/ Множитель $(8\pi\nu^2/c^3)$ соответствует плотности числа состояний фотонов (электромагнитных волн) в свободном пространстве $\Pi_0(\omega)$. Его появление связано с тем, что спонтанное излучение осциллятора с матричным элементом дипольного момента μ при спонтанном излучении возможно только при учете взаимодействия осциллятора с бесконечным резервуаром мод свободного пространства [4].

При взаимодействии лишь с одной модой резонатора возбужденный атом не переходит из возбужденного состояния в основное. Вместо этого наблюдаются периодические колебания Раби населенности уровня атома [5]. Переход возбужденного атома в основное состояние возможен только при учете взаимодействия с резервуаром [2, 6].

Сам коэффициент Пёрселла f пропорционален локальной плотности числа состояний фотонов. В случае свободного пространства это $\Pi_0(\omega)$, а добавление в систему резонатора увеличивает ее до $\Pi_0(\omega) + \Pi_R(\omega)$, где $\Pi_R(\omega)$ равен $2\pi Q/\omega$.

Комментарий 2

Плотность числа состояний $\Pi(\omega)$ есть число состояний в единичном интервале частот и в единичном объеме вакуума (см. [6, 7]) и выражается простой формулой

$$\Pi(\omega) = \sum_{\mathbf{k}} \delta(\omega - \omega_{\mathbf{k}})$$

где $\omega_{a,\mathbf{k}}$ — собственные частоты мод в системе. В случае свободного пространства [7]

$$\Pi(\omega) = V\omega^2/3\pi^2c^3.$$

И что для нас важно, что скорость спонтанного излучения $\gamma^{(rad)}$ связана с плотностью числа состояний как

$$\gamma^{(rad)} = 2\pi \sum_{\mathbf{k}} \Omega_{a,\mathbf{k}}^2 \delta(\omega_{\mathbf{k}} - \omega_\sigma)$$

При наличии одномодового резонатора к плотности состояний в вакууме добавляется мода этого резонатора, и появляется пик превышения над плотностью числа мод в свободном пространстве.

Комментарий 3

Заметим, что излучение происходит именно, в основном, в собственную моду резонатора, а не в моды свободного пространства. Примечательно, что избирательность происходит не только по частоте, но и по диаграмме направленности спонтанного излучения атома. Нарушение симметрии диаграммы направленности возникает из-за того, что спонтанное излучение осциллятора происходит преимущественно в резонатор, симметрия которого отлична от симметрии свободного пространства.

В случае, если атом подвергается постоянной накачке, то в моде резонатора будет запасаться энергия. Например, для высокочастотного резонатора это приведет к возникновению усиленного спонтанного излучения (ASE — amplified spontaneous emission). При этом наличие стимулированного излучения не требуется.

Самым ярким примером возникновения ASE в системе без стимулированного излучения является «рамановский лазер», который генерирует усиленное спонтанное излучение даже при наличии только тепловых колебаний молекул. Только развитие колебательной неустойчивости в раман-активных молекулах под действием волны накачки и ASE волны на стоксовской частоте к появлению когерентных

колебаний молекул и к зависимости вероятности излучения стоксовской волны от ее интенсивности. Это и есть рамановская аналогия стимулированного излучения.

Список литературы

- [1] Ораевский А.Н. Спонтанное излучение в резонаторе // Успехи физических наук. 1994. Т. 164. С 415-427.
- [2] Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies // Physical Review. 1946. V. 69. P. 681.
- [3] Fermi E. Quantum theory of radiation // Rev. Mod. Phys. 1932. V. 4. P. 87-132.
- [4] V.F. Weisskopf, E.P. Wigner. Calculation of the natural brightness of spectral lines on the basis of Dirac's theory. Z. Phys. V. 63, 54-73, 1930.
- [5] Rabi, I.I. Space quantization in a gyrating magnetic field. Phys. Rev. V 51, 652-654, 1937.
- [6] Гайтлер В. Квантовая теория излучения. 1956. 490 с.
- [7] Квантовая наноплазмоника / Андрианов Е. С. , Виноградов А. П., Дорофеев А. В., Зябловский А. А., Лисянский А. А., Пухов А.А. 2015. 368 с.

COMMENTS TO AND TRANSLATION INTO RUSSIAN OF PURCELL'S ARTICLE "SPONTANEOUS EMISSION PROBABILITIES AT RADIO FREQUENCIES" // PHYSICAL REVIEW, 69, 681, (1946)

A.P. Vinogradov^{*1}, A.A. Pukhov¹

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

* a-vinogr@yandex.ru

Abstract

Since the article is written very briefly and without any references, to make it easier for the reader to understand the article, the translation is accompanied by an explanation of the formulas used. In particular, it explains why the Purcell factor is proportional to the local density of states. Attention is also drawn to the change in the directivity pattern of spontaneous radiation for an atom located inside the resonator.

Key words: Purcell factor, local density of states, directivity pattern, amplified spontaneous emission