

# ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ РАССЕЙЯНИЯ УЗКИМИ ПОЛЫМИ ЩЕЛЯМИ ПРИ УЧЁТЕ АДМИТТАНСА ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ

К.М. Басков<sup>1</sup>, И.И. Краснолобов<sup>1</sup>, А.М. Лебедев \*<sup>1</sup>, В.Н. Семенов<sup>1</sup>, Т.А. Фурманова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия*

Статья поступила в редакцию 21.12.2023  
Одобрена после рецензирования 12.01.2024  
Принята к публикации 18.01.2024

## Аннотация

Получено аналитическое выражение для адмиттанса внешней области, примыкающей ко входу в щель. С использованием этого результата были получены аналитические выражения для интенсивности двухпозиционного и обратного рассеяния полыми, прямыми и узкими по сравнению с длиной волны щелями в виде канавок либо сквозных зазоров в локально плоской поверхности металлического объекта. Учёт адмиттанса внешней области в расчётах позволил получить высокую точность вычисления полей рассеяния, в том числе в окрестности минимумов и максимумов интенсивности рассеяния канавкой. Из общих выражений для интенсивности рассеяния были получены оценочные формулы для эффективной поверхности рассеяния канавок в области её минимальных и максимальных значений. Показано, что в области минимальных значений эффективная поверхность рассеяния узких канавок сильно зависит от частоты, а также от ширины и глубины канавки, вид этой зависимости выявлен. Наоборот, максимумы эффективной поверхности рассеяния узкими канавками, достигаемые при резонансах стоячей волны внутри канавки, оцениваются как  $16/\pi$ , т.е. приблизительно 5 квадратных метров на метр длины, и в первом приближении не зависят от частоты, ширины и глубины канавки. Была выполнена проверка полученных выражений путём сравнения результатов расчётов диаграмм обратного рассеяния щелями методом поверхностных интегральных уравнений и с помощью полученных в данной работе соотношений.

**Ключевые слова:** щель, канавка, сквозной зазор, эффективная поверхность рассеяния, адмиттанс, однододовое приближение

EDN IKVOKZ

doi:[10.24412/2949-0553-2023-68-22-37](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2023-68-22-37)

## Введение: актуальность задачи и принятые условия

Оценка интенсивности рассеяния электромагнитных волн щелями в поверхностях металлических элементов необходима при анализе "отклика" объектов на их облучение электромагнитной волной, поскольку разного рода щели присутствуют в конструкциях практически всех технических объектов. В частности, щели могут быть в виде канавок по местам стыков между листами металлической обшивки либо в виде сквозных зазоров по краям технологических отверстий. Отметим, что подавляющее большинство щелей являются узкими и длинными для волн от сантиметрового до метрового диапазонов, обычно используемых в радиолокации. С методической точки зрения, полые щели в плоской поверхности металлического объекта являются каноническими рассеивателями в ряду таких объектов, как металлические сфера, цилиндр, клин, прямоугольная пластина. Однако необходимые аналитические выражения для расчётов интенсивности рассеяния щелями отсутствуют в известных справочниках [1, 2], а в литературе обсуждаются результаты численных исследований и натуральных экспериментов по рассеянию щелями, а также приводятся полуэмпирические формулы (смотри, например, [3]).

В данной статье, являющейся развитием работы [4], получены выражения для интенсивности двухпозиционного и обратного рассеяния полыми, прямыми, узкими и достаточно длинными по сравне-

\* Автор, ответственный за переписку: Андрей Михайлович Лебедев, itae@itae.ru

нию с длиной волны щелями в локально плоской поверхности металлического объекта. Таким образом, будем полагать, что ширина щели много меньше длины волны  $\Delta \ll \lambda$ , а длина щели  $L$  порядка и более  $\lambda$ , где  $\lambda$  - длина волны. Выражения получены для двух вариантов щелей: в виде канавок (щели, имеющие дно), и в виде сквозных зазоров (щели, не имеющие дна). В данной работе выражения для интенсивности рассеяния щелями включают аналитическое представление для адмиттанса внешней области, примыкающей ко входу в щель (и к выходу из неё для сквозного зазора), в отличие от [4], где адмиттанс внешней области получался в результате вычислительного эксперимента. В свою очередь, наличие выражения для адмиттанса внешней области позволило сделать некоторые важные аналитические оценки.

Интенсивность рассеяния щелями будем количественно характеризовать их эффективной поверхностью рассеяния (ЭПР)  $\sigma$ , измеряемой в  $m^2$  [1, 2]. ЭПР щели при обратном и двухпозиционном рассеянии будем определять в этой работе в плоскости, перпендикулярной щели. Именно в этой плоскости обратное рассеяние имеет выраженный максимум вследствие синфазного сложения вкладов от всех участков по длине щели. Двухпозиционное рассеяние щелью достигает максимальной интенсивности, когда направления облучения и приёма принадлежат этой же плоскости, хотя локальный максимум существенно менее выражен. Будем также полагать, что вектор напряжённости электрического поля падающей волны находится в плоскости падения и, следовательно, перпендикулярен щели. Именно при такой поляризации падающей волны токи, наводимые в окрестности щели, пересекают её, что и приводит к переизлучению щелью.

Будем полагать, что щель в идеальном электрическом проводнике имеет прямоугольное поперечное сечение  $\Delta \times D$ . Здесь  $D$  - глубина щели, на величину которой никаких условий не накладывается. Поперечные сечения двух рассматриваемых типов щелей представлены на рисунке 1. На том же рисунке 1 показан способ отсчёта углов облучения  $\varphi_0$  и приёма  $\varphi$  в системе координат, связанной со входом в щель и образуемой правой тройкой единичных векторов  $\{\vec{n}, \vec{\tau}, \vec{z}\}$ : углы отсчитываются в плоскости, перпендикулярной щели и оси  $\vec{z}$ , идущей вдоль щели, от положительного направления оси  $\vec{\tau}$ , направленной поперёк щели, к нормали  $\vec{n}$  к поверхности со входом в щель. Для сквозного зазора в полупространстве за ним угол для направления на приёмник вводится в аналогичной системе координат, развёрнутой на  $180^\circ$  вокруг оси  $\vec{z}$  и привязанной к выходу из зазора.

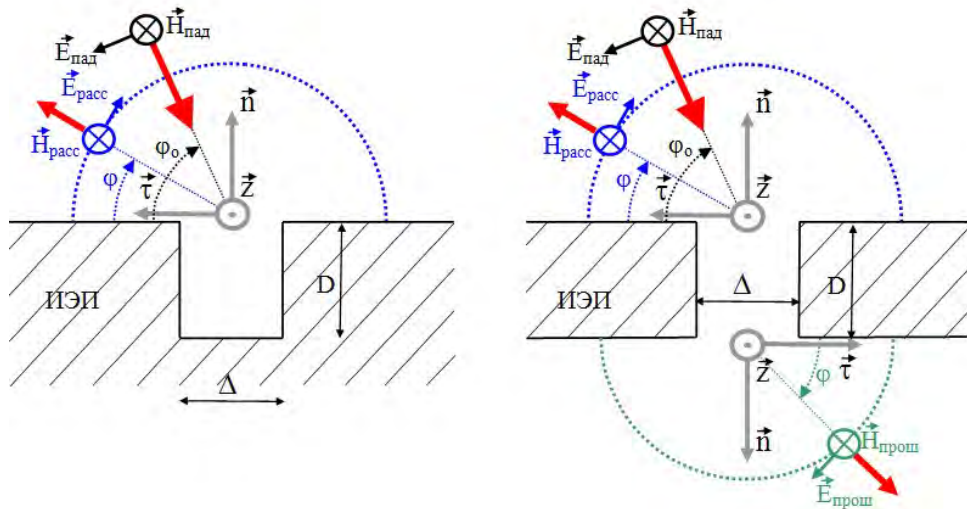


Рисунок 1 – Поперечные сечения щелей в виде канавки и сквозного зазора в поверхности идеального электрического проводника

С физической точки зрения, необычность рассеяния узкими щелями заключается в слабой зависимости бистатической ЭПР щели и от направления приёма, и от направления облучения. Вместе указанные особенности двухпозиционного рассеяния приводят к слабой зависимости моностатической ЭПР щели от направления визирования. Угловая однородность бистатической и моностатической диаграмм рассеяния сближает узкие щели с такими рассеивателями, как металлические сфера и хаотизатор электромагнитной волны в виде полости с узким входом [1, 2], известными постоянством либо слабой угловой зависимостью бистатической и моностатической ЭПР от направления визирования. Заметим, что в случае узкой щели речь идёт об угловой однородности диаграмм только для волны одной поляризации.

В технических приложениях указанные выше особенности рассеяния узкими щелями делают особенно актуальной оценку их вклада в поле рассеяния. Так, в направлениях, в которых вклады

других центров рассеяния могут стать малыми, узкие щели сохраняют приблизительно постоянную ЭПР и в таком случае могут определять уровень рассеяния всем объектом. При этом в условиях сохранения длины и ориентации узкой щели её заметность нельзя минимизировать изменениями формы объекта, например, отклонением нормали к поверхности, по которой проходит щель, от направления визирования.

## Основные предположения при оценке интенсивности рассеяния щелями

При получении выражений для ЭПР щелей в данной работе сделаны два существенных предположения, обоснованность которых подтверждается изложенными далее результатами тестирования. Рассмотрим сделанные предположения подробнее.

Во-первых, это предположение о том, что двумерные составляющие у распределений электрического поля и поверхностного тока в поперечных сечениях щели, перпендикулярных её длинным кромкам, сохраняются неизменными по всей длине щели  $L$  - такими же, как при рассеянии падающей плоской волны на бесконечной щели в бесконечной плоской поверхности металлического объекта. При этом не имеет значения, есть или отсутствуют металлические торцы на концах щели (если торец отсутствует, то щель либо является частью составной щели и стыкуется в этом месте с другим участком составной щели, либо обрывается вследствие окончания поверхности, в которой проходит щель). Тогда ЭПР достаточно длинной щели пропорциональна квадрату её длины  $\sigma \sim L^2$  именно за счёт преобладания в составе рассеянного поля результата синфазного сложения вкладов двумерных составляющих полей и токов на всех элементах щели (рассеянное поле пропорционально длине щели  $L$ , ЭПР пропорциональна  $L^2$ ). Доминирование вклада неизменных по длине щели двумерных составляющих полей и токов приводит к возможности использовать погонную ЭПР  $\bar{\sigma}$  [м<sup>2</sup>], приходящуюся на 1 м длины, как характеристику интенсивности рассеяния щелью в плоскости, перпендикулярной щели:

$$\sigma(\varphi_o, \varphi) = \bar{\sigma}(\varphi_o, \varphi) \cdot (L / 1.m)^2. \quad (1)$$

Отклонения распределений полей и токов в поперечном сечении щели от характерных для двумерной задачи локализуются в окрестности концов щели, либо могут принимать вид волн, бегущих вдоль кромок щели – в любом случае влияние отклонений от двумерного решения на формирование диаграммы рассеяния в плоскости, перпендикулярной щели, является заведомо малым для достаточно протяжённых щелей.

Во-вторых, при решении задачи рассеяния на щели как бесконечной (двумерной), так и конечной длины делается предположение достаточной точности решения в одномодовом приближении. Именно, полагается достаточным для количественного описания формирования рассеяния узкой щелью и прохода волны через щель (в случае сквозного зазора) проследить только движение фрагментов ТЕМ-волн во встречных направлениях по нормали ко входу и дну канавки либо по нормали ко входу и выходу сквозного зазора. Таким образом, используя одномодовое приближение, пренебрегаем фактом существования квазистатической особенности напряжённости электрического поля на кромках щели [4] и существованием высших типов волн в объёме щели. В связи с этим необходимо пояснить, что составляющие эквивалентных поверхностных магнитных токов, вводимые во входной и выходной (для сквозного зазора) плоскостях щели и соответствующие прикромочным участкам роста напряжённости электрического поля, имеют быстро меняющуюся амплитуду на масштабах существенно меньше длины волны и поэтому излучают вовне пренебрежимо мало. Также практика расчётов показала, что возбуждением высших типов волн в объёме щели можно пренебречь при ширине щели вплоть до половины длины волны.

В рамках одномодового приближения после выбора представления полей внутри щели в виде ТЕМ-волн, движущихся навстречу друг другу, необходимо и для падающего и рассеянного полей во входном отверстии щели, а также прошедшего поля в выходном отверстии щели выделять только постоянные составляющие напряжённостей электрического и магнитного полей  $E_\tau$ ,  $H_z$ . Далее при решении в одномодовом приближении накладываются условия непрерывности постоянных составляющих  $E_\tau$ ,  $H_z$  при переходе через плоскости входа в щель и выхода из неё.

## Тангенциальные составляющие напряжённостей электрического и магнитного полей на входе в щель и выходе из щели

Будем анализировать методически наиболее сложный случай рассеяния на щели в виде сквозного зазора конечной толщины. От полученного решения перейти к решению для двух других видов щелей можно соответствующей редукцией: у сквозного зазора исчезающе малой толщины в идеальном

электрическом проводнике отсутствует внутренняя область щели, так что входная и выходная плоскости щели совпадают; у канавки на закороченном выходе из щели (на дне канавки)  $E_\tau = 0$ .

Все величины во входной плоскости щели будем пометать индексом  $A$ , в выходной плоскости (на дне канавки) - индексом  $B$ , рисунок 2а. Введём две пары систем координат в виде правых троек единичных векторов, привязанных к границам  $A$  и  $B$ :  $\{\vec{n}_A, \vec{\tau}_A, \vec{z}\}$ ,  $\{\vec{n}_{A'}, \vec{\tau}_{A'}, \vec{z}\}$  и  $\{\vec{n}_B, \vec{\tau}_B, \vec{z}\}$ ,  $\{\vec{n}_{B'}, \vec{\tau}_{B'}, \vec{z}\}$ , рисунок 2б. Оси  $\vec{z}$  всех систем координат ориентированы в одном направлении вдоль щели и по касательной к плоскости входа или выхода. При этом оси  $\vec{n}$  и  $\vec{\tau}$  ориентированы, соответственно, по нормали и по касательной поперёк щели к плоскостям  $A$  и  $B$ .

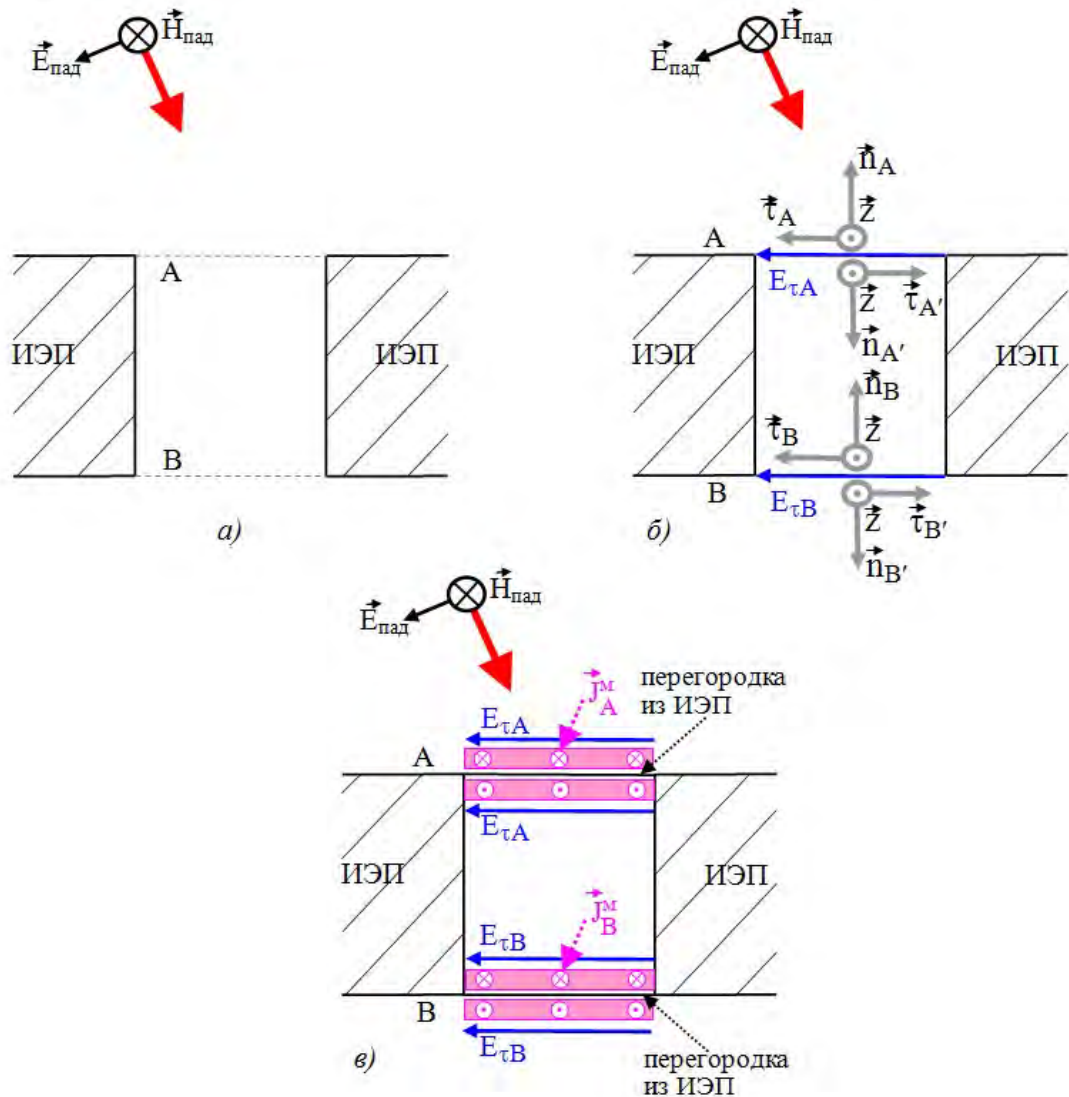


Рисунок 2 – Введение перегородок из идеального электрического проводника и эквивалентных поверхностных токов во входном и выходном отверстиях щели

Будем при выводе соотношений в этом пункте полагать, что адмиттансы всех областей по отношению ко входу и выходу щели известны и определяют связь тангенциальных составляющих напряжённостей электрического и магнитного полей  $E_\tau$  и  $H_z$  во входной и выходной плоскостях щели (для рассматриваемой поляризации у вектора напряжённости магнитного поля есть только  $z$ -овая составляющая, которая на входах  $A$  и  $B$  является касательной к их поверхности). Тогда имеем связь на входе  $A$  в щель с внешней стороны:  $H_{zA} = Y_{внеш} \cdot E_{\tau A}$ , где  $Y_{внеш}$  - адмиттанс внешней области, примыкающей ко входу в щель. Аналогично на выходе  $B$  сквозного зазора имеем:  $H_{zB'} = Y_{внеш} \cdot E_{\tau B'}$ . Для внутренней области щели имеем описание через матрицу адмиттансов:

$$\begin{Bmatrix} H_{zA'} \\ H_{zB} \end{Bmatrix} = [Y_{внутр}] \cdot \begin{Bmatrix} E_{\tau A'} \\ E_{\tau B'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} E_{\tau A'} \\ E_{\tau B'} \end{Bmatrix}$$

Выражения для адмиттансов приводятся далее в следующем разделе.

Две из введённых систем координат выберем в качестве основных:  $\{\vec{n}_A, \vec{\tau}_A, \vec{z}\}$  и  $\{\vec{n}_B, \vec{\tau}_B, \vec{z}\}$ . При записи граничных условий в плоскостях А и В составляющие векторов напряжённости электрического поля будем считать положительными при их ориентации в направлении оси  $\vec{\tau}_A$  на границе А и в направлении оси  $\vec{\tau}_B$  на границе В. Составляющие векторов напряжённости магнитного поля будем считать положительными при их ориентации в направлении оси  $\vec{z}$ .

На основе теоремы эквивалентности, на входе и выходе щели введём бесконечно тонкие перегородки из идеального электрического проводника и для воссоздания реально существующего поля по обе стороны от перегородок на исчезающе малом расстоянии от них наложим листки эквивалентных поверхностных магнитных токов по контуру входного и выходного отверстия, рисунок 2в. Поверхностные плотности магнитных токов задаются по правилу

$$\tilde{J}_A^M = [\tilde{E}_{\tau A}, \tilde{n}_A], \quad \tilde{J}_{A'}^M = [\tilde{E}_{\tau A}, \tilde{n}_{A'}], \quad \tilde{J}_B^M = [\tilde{E}_{\tau B}, \tilde{n}_B], \quad \tilde{J}_{B'}^M = [\tilde{E}_{\tau B}, \tilde{n}_{B'}],$$

где  $\vec{E}_{\tau A}$  и  $\vec{E}_{\tau B}$  - составляющие напряжённости электрического поля во входной А и выходной В плоскостях. Тем самым магнитные токи берутся равными по величине и противоположными по направлению по обе стороны плоскостей А и В, чем обеспечивается непрерывность изменения  $E_{\tau A}$  и  $E_{\tau B}$  при переходе через плоскости А и В. В одномодовом приближении модуль и фаза эквивалентного поверхностного магнитного тока постоянны по всей площади отверстия щели. Величины  $E_{\tau A}$  и  $E_{\tau B}$  и, следовательно, поверхностные плотности магнитных токов  $J_A^M, J_B^M$  определяются из условий равенства  $H_{zA}, H_{zB}$  по обе стороны плоскостей отверстий.

Приём декомпозиции на отдельные области металлизацией границ между областями с восстановлением реального поля наложением эквивалентных поверхностных магнитных токов отработан как при расчёте апертурных и щелевых антенн [5], так и как методический приём при разработке численных методов электродинамики, например, при применении разных численных методов в граничащих областях [6].

Приравнивая поля  $H_{zA}, H_{zB}$  по обе стороны плоскостей А и В, получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно полей  $E_{\tau A}$  и  $E_{\tau B}$  в этих плоскостях.

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{\tau A} = Y_{ext} \cdot E_{\tau A} + 2 \cdot H_{no} \\ H_{\tau A} = Y_{AA} \cdot (-E_{\tau A}) + Y_{AB} \cdot E_{\tau B} \\ H_{\tau B} = Y_{BA} \cdot (-E_{\tau A}) + Y_{BB} \cdot E_{\tau B} \\ H_{\tau B} = Y_{ext} \cdot (-E_{\tau B}) \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Второе слагаемое в правой части первого уравнения в (2) указывает на удвоение напряжённости результирующего магнитного поля по сравнению с падающим при отражении падающей волны от плоской поверхности идеального электрического проводника, полученной в результате введения перегородки по входу А. Поскольку решение задачи рассеяния щелью ищется в одномодовом приближении, то и  $H_{no}$  в (2) является постоянной составляющей напряжённости магнитного поля падающей волны на входе в щель. Так как магнитное поле падающей волны меняется на входе А по следующему закону:

$$H_{nadz} = -H_{nz} \cdot \exp(ik_0\tau_A \cdot \cos \varphi_0),$$

где  $H_{nz}$  - комплексная амплитуда напряжённости магнитного поля падающей волны в начале системы координат  $\{\vec{n}_A, \vec{\tau}_A, \vec{z}\}$ , то величина  $H_{no}$  определяется как

$$H_{no} = \frac{1}{\Delta} \cdot \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} H_{nad} \cdot d\tau = -H_{nz} \cdot \frac{\sin\left(\frac{k_0 \Delta \cdot \cos \varphi_0}{2}\right)}{\left(\frac{k_0 \Delta \cdot \cos \varphi_0}{2}\right)} \quad (3)$$

Для выбранной поляризации падающей волны величина  $H_{nz}$  не зависит от угла облучения щели  $\varphi_0$ .

Знаки перед  $E_{\tau A}$  во втором и третьем уравнениях и перед  $\vec{E}_{\tau B}$  в четвёртом уравнении системы (2) выбраны с учётом того, что направления  $\vec{\tau}_{A'}$  и  $\vec{\tau}_{B'}$  противоположны тем, в которых проекции векторов считаются положительными при записи граничных условий в плоскостях А и В.

Получаем из (2) поля на входе А и выходе В сквозного зазора конечной толщины:

$$E_{\tau A} = \frac{2 \cdot (Y_{AA} + Y_{внеш}) \cdot H_{no}}{-(Y_{AA} + Y_{внеш})^2 + Y_{AB}^2}, \quad E_{\tau B} = \frac{2 \cdot Y_{AB} \cdot H_{no}}{-(Y_{AA} + Y_{внеш})^2 + Y_{AB}^2}. \quad (4)$$

Удаляя из системы (2) второе и третье уравнения, получаем поле в отверстии сквозного зазора в бесконечно тонком слое идеального электрического проводника:

$$E_{\tau A} = E_{\tau B} = - \frac{H_{no}}{Y_{внеш}}. \quad (5)$$

Из (5) сразу следует, что двухпозиционные диаграммы рассеяния сквозным зазором исчезающе малой глубины совпадают в полупространствах перед и за зазором.

Отбрасывая третье и четвёртое уравнения в системе (2), получаем поле на входе в канавку:

$$E_{\tau A} = - \frac{2 \cdot H_{no}}{Y_{AA} + Y_{внеш}}. \quad (6)$$

### Адмиттансы внутренней области щели и внешней области, примыкающей ко входу в щель

Элементы матрицы адмиттансов внутренней области щели находятся из решения следующих двух физических задач. Входы в щель закорачиваются введением перегородок из идеального электрического проводника, внутренняя область возбуждается наложением листков поверхностного магнитного тока сначала  $\vec{J}_A^M$  на вход А, затем  $\vec{J}_B^M$  на вход В. Тем самым во внутренней области ставятся две граничные задачи для вектора  $\vec{E}$ : сначала на входе А задаётся  $E_{\tau A'} = J_A^M$ , затем на входе В задаётся  $E_{\tau B} = J_B^M$  при равенстве  $E_{\tau}$  нулю на всех остальных границах внутренней области. В обоих случаях требуется найти "отклик" в виде тангенциальных ко входам А и В составляющих напряжённости магнитного поля  $H_{zA'}$ ,  $H_{zB}$ . Поля  $H_{zA'}$ ,  $H_{zB}$  определяются из решения граничных задач. Элементы матрицы адмиттансов находятся как коэффициенты пропорциональности между  $E_{\tau A'}$ ,  $E_{\tau B}$  и  $H_{zA'}$ ,  $H_{zB}$ . Вид элементов матрицы адмиттансов известен в литературе:

$$Y_{AA} = Y_{BB} = \frac{1}{iZ_o \cdot tg(k_o D)}, Y_{AB} = Y_{BA} = \frac{1}{iZ_o \cdot \sin(k_o D)} \quad (7)$$

(смотри, например, [4]).

Адмиттанс  $Y_{внеш}$  области, внешней по отношению ко входу в щель, ищется в последовательности, точно соответствующей описанной выше для нахождения элементов матрицы адмиттансов внутренней области щели. Физическая задача по определению  $Y_{внеш}$  ставится следующим образом. На металлизированную поверхность входа в щель с внешней стороны накладывается листок магнитного тока с вектором поверхностной плотности  $\vec{J}_A^M$ , имеющей постоянную по площади входа комплексную амплитуду, рисунок 3а. Тогда граничная задача для нахождения поля  $\vec{E}$ , создаваемого поверхностным током, формулируется так: поле  $E_{\tau}$  на границе  $n_A = 0$  полупространства численно равно  $-J_{A_z}^M$  в интервале  $\tau = [-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$  и нулю вне этого интервала, рисунок 3б.

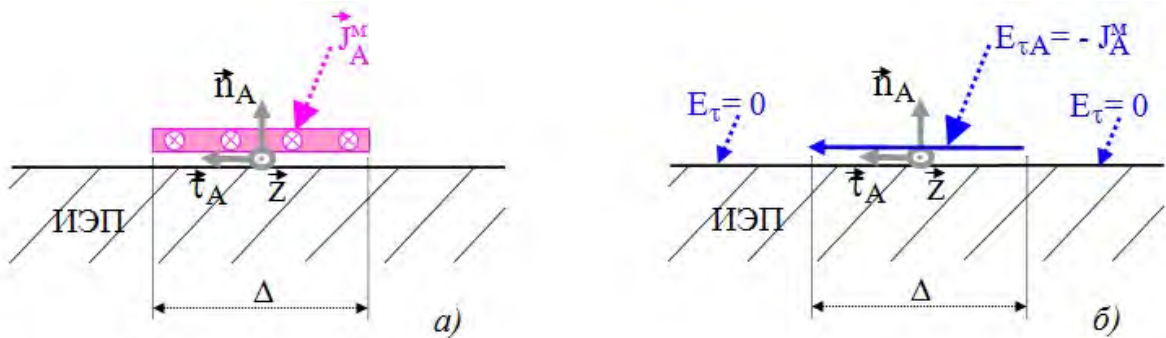


Рисунок 3 – К постановке граничной задачи о нахождении поля, возбуждаемого эквивалентным поверхностным током, наложенным по контуру отверстия щели, в полупространстве над щелью

Сформулированная граничная задача может быть решена аналитически, основываясь на представлении решения в виде спектра плоских волн [7, 8], а далее в рамках того же подхода может быть найдено выражение для магнитного поля всюду, в частности, на входе в щель. Тогда  $Y_{внеш}$  получается как коэффициент пропорциональности между  $E_{\tau A}$  и постоянной составляющей напряжённости магнитного поля на щели  $H_{zo}$ .

Спектральная составляющая поля  $E_{\tau}$  имеет вид  $e^{i(\chi \cdot \tau - \sqrt{k_o^2 - \chi^2} \cdot n)}$ . Отношение между спектральными плотностями  $H_z$  и  $E_{\tau}$  даётся выражением

$$g_{H_z}(\chi) = \frac{k_o}{Z_o \cdot \sqrt{k_o^2 - \chi^2}} \cdot g_{E_z}(\chi),$$

следующим из первого уравнения Максвелла. Спектральная плотность  $E_\tau$  находится из удовлетворения граничным условиям на  $E_\tau$  при  $n_A = 0$  и имеет вид:

$$g_{E_z}(\chi) = E_{\tau A} \cdot \Delta \cdot \frac{\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}{\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}.$$

Тогда получаем решение граничной задачи для  $E_\tau$  в полупространстве над щелью:

$$E_\tau(n, \tau) = \frac{E_{\tau A} \cdot \Delta}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}{\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)} \cdot e^{i(\chi \cdot \tau - \sqrt{k_o^2 - \chi^2} \cdot n)} d\chi.$$

Отсюда для  $H_z$  в той же области получается следующее представление:

$$H_z(n, \tau) = \frac{E_{\tau A} \cdot \Delta \cdot k_o}{2\pi \cdot Z_o} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k_o^2 - \chi^2}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}{\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)} \cdot e^{i(\chi \cdot \tau - \sqrt{k_o^2 - \chi^2} \cdot n)} d\chi.$$

Вычисляя постоянную составляющую  $H_z$  на входе в щель

$$H_{z0} = \frac{1}{\Delta} \cdot \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} H_z(n=0, \tau) \cdot d\tau,$$

получим выражение для адмиттанса  $Y_{внеш}$  внешней области, примыкающей ко входу в щель:

$$Y_{внеш} = \frac{k_o \cdot \Delta}{\pi \cdot Z_o} \cdot \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k_o^2 - \chi^2}} \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}{\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)} \right)^2 d\chi \quad (8)$$

В соответствии с выражением (8), действительную часть  $Y_{внеш}$  даёт интеграл от 0 до  $k_o$ , мнимую - интеграл от  $k_o$  до  $\infty$ . При этом поскольку  $\sqrt{k_o^2 - \chi^2} = -i\sqrt{\chi^2 - k_o^2}$  при  $\chi > k_o$  из условия экспоненциального убывания спектральной составляющей в направлении роста координаты  $n$ , то адмиттанс внешней области всегда имеет ёмкостной характер  $Im(Y_{внеш}) > 0$ .

Анализ выражения (8) показывает, что  $Y_{внеш}$  - это функция параметра  $\Delta/\lambda$ , несмотря на отсутствие явной зависимости от  $\Delta/\lambda$  в (8). Действительно, первый множитель подынтегральной функции  $\frac{1}{\sqrt{k_o^2 - \chi^2}}$  обуславливает наличие у неё интегрируемой особенности в точке  $\chi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}$ , второй множитель вида  $\left(\frac{\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}{\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)}\right)^2$  представляет собой интегрируемую функцию, основная величина интеграла от которой достигается при интегрировании по  $\chi$  в левой части интервала от 0 до  $\chi_2 = \frac{2\pi}{\Delta}$  - до первого нуля функции  $\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)$ . Таким образом, изменение положения интегрируемой особенности относительно нулей функции  $\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)$  определяет изменение величины интеграла в (8), а количественной характеристикой положения особенности подынтегральной функции относительно первого нуля функции  $\sin\left(\frac{\chi \cdot \Delta}{2}\right)$  является параметр  $\Delta/\lambda = \frac{\chi_1}{\chi_2}$ . Таким образом, значение параметра  $\Delta/\lambda$  определяет величину  $Y_{внеш}$  при изменении ширины щели и/или длины волны.

Заметим, что с увеличением параметра  $\Delta/\lambda$  при достаточно большом его значении, когда  $\chi_1$  достигает значений порядка и более  $\chi_2$ , множитель  $\frac{1}{\sqrt{k_o^2 - \chi^2}}$  под интегралом в выражении для  $Y_{внеш}$  (8) можно приближённо заменить на  $\frac{1}{k_o}$ , поскольку конкретное положение интегрируемой особенности начинает мало сказываться на величине интеграла (8). Тогда используя табличный интеграл

$$\int_0^{\infty} (\sin(ax)/x)^2 dx = \frac{\pi}{2} \cdot |a|,$$

приходим к ожидаемому результату:  $Y_{внеш}$  стремится к действительному значению  $\frac{1}{Z_o}$  с увеличением  $\Delta/\lambda$ .

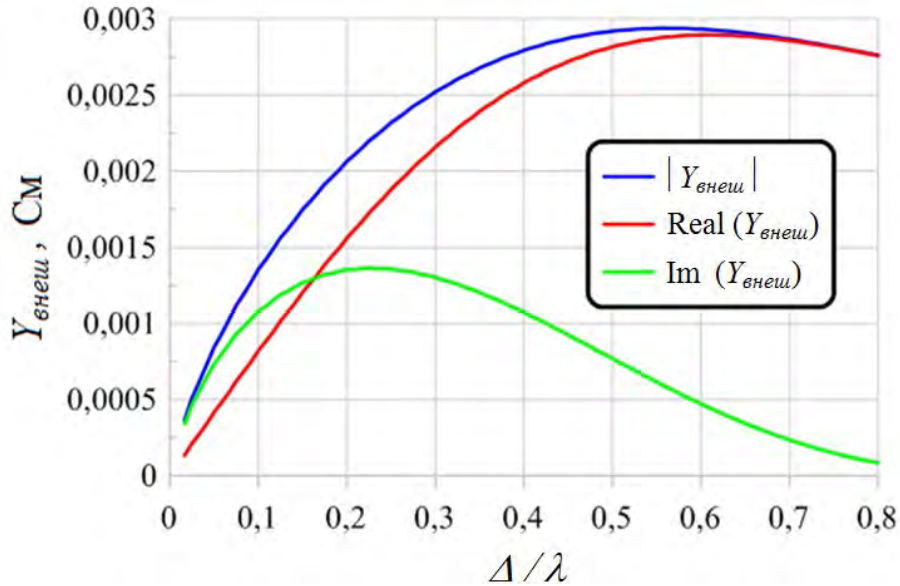


Рисунок 4 – Зависимость величины адмиттанса внешней области, примыкающей ко входу в щель, от электрической ширины щели

Зависимость  $Y_{внеш}(\Delta/\lambda)$  была получена численно. Вид зависимости действительной и мнимой частей, а также модуля  $Y_{внеш}$  от  $\Delta/\lambda$  представлен на рисунке 4. Заметим, что для достаточно широких щелей с  $\Delta > 0.8 \cdot \lambda$  величина  $Y_{внеш}$  приближается к действительной величине, близкой к обратной для волнового сопротивления свободного пространства  $1/Z_0 \approx 0.00265$  См.

Отдельно отметим, что найденные в одномодовом приближении элементы матрицы адмиттансов внутренней области щели  $[Y_{внутр}]$  и адмиттанс  $Y_{внеш}$  области, внешней по отношению ко входу в щель, не зависят от направлений облучения и приёма, - это следует из приведённого описания процедуры их нахождения.

## Выражения для ЭПР щелей

Выражения для угловой зависимости ЭПР щели в полупространствах перед щелью  $\sigma_A(\phi)$  и за щелью  $\sigma_B(\phi)$  (последнее – для сквозного зазора) получим из следующих соображений. Рассеянные поля найдём как поля эквивалентных поверхностных магнитных токов, наложенных на заматаллизованные вход в щель и выход из неё на площади  $S$  отверстия щели длиной  $L$  и шириной  $\Delta$ . Излучение магнитного тока над плоской металлической поверхностью равно излучению магнитного тока с удвоенной поверхностной плотностью  $J_{zA}^M = 2 \cdot E_{\tau A}$ , либо  $J_{zB}^M = 2 \cdot E_{\tau B}$ , находящегося в свободном пространстве (с учётом излучения зеркального изображения магнитного тока) [5, 6]. Тогда векторный магнитный потенциал в дальней зоне в направлении под углом  $\phi$  со стороны границы А либо В равен

$$\begin{aligned} A_{z A/B}^M(r, \phi) &= \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \cdot \int_S \left( 2 \cdot J_{z A/B}^M \right) \cdot e^{ik_0 r \cdot \cos \phi} dS = \\ &= \frac{J_{z A/B}^M}{2\pi} \cdot L \cdot \Delta \cdot \frac{\sin\left(\frac{k_0 \Delta \cdot \cos \phi}{2}\right)}{\left(\frac{k_0 \Delta \cdot \cos \phi}{2}\right)} \cdot \frac{e^{-ik_0 r}}{r}. \end{aligned}$$

Здесь и далее запись  $A/B$  в нижнем индексе для величин обозначает выбор рассеянного поля в полупространстве либо перед входом в щель, либо за выходом из щели, а магнитных токов  $J_z^M$  и  $E_\tau$  полей - в плоскости либо входа А, либо выхода В.

Отсюда следуют выражения для электрического и магнитного полей в дальней зоне. Поскольку  $\vec{E}_{расс}(r, \phi) = -\text{rot } A_z^M$ , то в дальней зоне имеем  $E_{расс \phi} = -ik_0 A_z^M$ ,  $H_{расс z} = \frac{E_{расс \phi}}{Z_0}$ . Тогда получаем выражение для ЭПР:

$$\sigma_{A/B} = \frac{k_0^2 \cdot L^2 \cdot \Delta^2}{\pi \cdot Z_0^2} \cdot \frac{|E_{\tau A/B}|^2}{|H_{nz}|^2} \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{k_0 \Delta \cdot \cos \phi}{2}\right)}{\left(\frac{k_0 \Delta \cdot \cos \phi}{2}\right)} \right)^2.$$

Как следует из (4), зависимости полей  $E_{\tau A}$  на входе в щель и  $E_{\tau B}$  на выходе из неё от угла  $\phi_0$ ,



под которым происходит облучение щели, имеет вид

$$E_{\tau A/B} = U_{A/B} \cdot H_{n_z} \cdot \frac{\sin\left(\frac{k_o \Delta \cdot \cos \varphi_o}{2}\right)}{\left(\frac{k_o \Delta \cdot \cos \varphi_o}{2}\right)},$$

где для сквозного зазора конечной толщины

$$U_A = \frac{2 \cdot (Y_{AA} + Y_{внеш})}{-(Y_{AA} + Y_{внеш})^2 + Y_{AB}^2}, \quad U_B = \frac{2 \cdot Y_{AB}}{-(Y_{AA} + Y_{внеш})^2 + Y_{AB}^2} \quad (9)$$

для сквозного зазора в бесконечно тонком слое идеального электрического проводника

$$U_A = U_B = -\frac{1}{Y_{внеш}} \quad (10)$$

для канавки

$$U_A = -\frac{2}{Y_{AA} + Y_{внеш}}. \quad (11)$$

Здесь коэффициенты  $U_{A/B}$ , выражающиеся через элементы матрицы адмиттансов внутренней области щели и адмиттанс внешней по отношению к щели области, не зависят от направления облучения.

Тогда для бистатической ЭПР щели получаем

$$\sigma_{A/B}(\phi_o, \phi) = \frac{k_o^2 \cdot L^2 \cdot \Delta^2}{\pi \cdot Z_o^2} \cdot |U_{A/B}|^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{k_o \Delta \cdot \cos \phi_o}{2}\right)}{\left(\frac{k_o \Delta \cdot \cos \phi_o}{2}\right)}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{k_o \Delta \cdot \cos \phi}{2}\right)}{\left(\frac{k_o \Delta \cdot \cos \phi}{2}\right)}\right)^2. \quad (12)$$

Таким образом, с помощью выражений (7 - 12) можно вычислить бистатическую диаграмму рассеяния и диаграмму обратного рассеяния для щелей (в последнем случае  $\phi_o = \phi$ ).

Из выражения (12) следует, что для узких щелей, как канавок, так и сквозных зазоров, шириной оценочно до  $\Delta \leq \frac{\lambda}{16}$  зависимостью бистатической ЭПР от направлений облучения и приёма можно пренебречь. Соответственно, и моностатическая ЭПР таких узких щелей практически постоянна при вариации направления визирования. Аналогично для более широких щелей в угловой области около нормали, где функции вида  $\sin(x)/x$  для угла облучения и/или приёма в (12) мало отличаются от единицы, ЭПР щели в первом приближении постоянна при соответствующем изменении направлений облучения и/или приёма. Для щелей шириной порядка и более половины длины волны угловые зависимости бистатической и моностатической ЭПР щелей становятся существенными – в частности, вокруг направления по нормали к поверхности щели формируется выраженный максимум.

На рисунке 5 приведены вычисленные в соответствии с выражениями (7 - 12) частотные зависимости погонной моностатической ЭПР полых канавки (синяя кривая) и сквозного зазора (красная кривая) шириной  $\Delta = 4$  мм и глубиной  $D = 40$  мм в диапазоне частот от 1 до 25 ГГц при падении волны на щель по нормали ко входу.

Из рисунка 5 видно, что при изменении частоты погонная ЭПР сквозного зазора осциллирует в существенно более узких пределах, чем для канавки. В частности, минимумы ЭПР канавки очень глубоки. Видно также, что в области низких частот, где ширина канавки и узкого зазора много меньше длины волны  $\Delta \ll \lambda$ , максимальные значения погонной ЭПР относительно медленно растут с ростом частоты (и, следовательно, отношения  $\Delta/\lambda$ ) от уровней чуть больше  $5 \text{ м}^2$  для канавки и приблизительно  $1.3 \text{ м}^2$  для сквозного зазора (то есть в четыре раза меньше, чем у канавки). Как следует из рисунка 5, значение максимума погонной ЭПР канавки достигает уровня  $6 \text{ м}^2$  приблизительно при  $\Delta = 0.2 \cdot \lambda$ . У сквозного зазора увеличение максимальной погонной ЭПР с увеличением частоты происходит заметно быстрее.

## Минимальные и максимальные значения эффективной поверхности рассеяния узких полых канавок

Помимо общих выражений для ЭПР узких полых щелей (7 - 12), получим на основе этих выражений два полезных соотношения для оценок погонной ЭПР канавок в предельных случаях их минимальной и максимальной заметности. Соотношения имеют вид закона изменения погонной ЭПР узкой полых канавки вблизи минимальных значений и числа – оценки максимальной погонной ЭПР узких канавок. Параметрами закона изменения ЭПР канавки вблизи минимальных значений являются

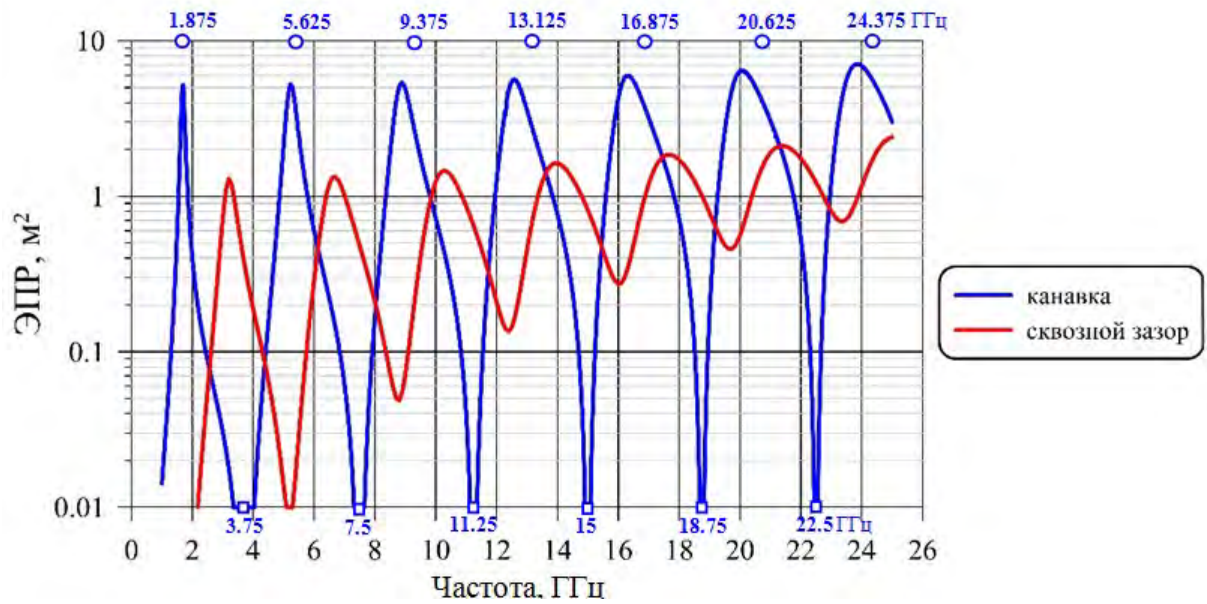


Рисунок 5 – Частотные зависимости погонных моностатических ЭПР полых канавки и сквозного зазора шириной 4 мм и глубиной 40 мм в направлении нормали ко входу в щель

длина волны, ширина и глубина канавки. Оцениваемое максимальное значение погонной ЭПР узких канавок достигается при вариации тех же параметров, но является общим на разных частотах, а также при различных ширине и глубине канавок, но при выполнении условия, что ширина канавки много меньше длины волны.

Физической причиной того, что канавка становится незаметной на фоне окружающей её металлической поверхности с нулевым импедансом  $Z = 0$ , является стремление модуля входного импеданса канавки к нулю  $|Z_{AA}| \rightarrow 0$  (или, что то же, стремление модуля входного адмиттанса канавки к бесконечности  $|Y_{AA}| \rightarrow \infty$ ). Таким образом, достижение минимума ЭПР канавки определяется исключительно свойствами внутренней области канавки. При этом по длине канавки укладывается целое число полуволн свободного пространства, или, что то же, целое число периодов стоячей волны

$$D_{\min}(n) = \frac{n \cdot \lambda}{2}, \quad \text{где } n = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Если при  $n = 0$  глубина канавки становится исчезающе малой, то есть канавка исчезает фактически, то при  $n \neq 0$  короткое замыкание на дне канавки переносится на её вход. Частоты, на которых для канавки выполняется условие (13), отмечены на рисунке 5 квадратами. Видно, что положение квадратов точно соответствует минимумам ЭПР канавки.

В некоторой окрестности минимумов ЭПР модуль входного адмиттанса канавки  $|Y_{AA}|$  остаётся значительным по сравнению с адмиттансом внешней области, примыкающей ко входу в канавку  $|Y_{внеш}|$ :  $|Y_{AA}| \gg |Y_{внеш}|$ . Тогда, как следует из (6), можно из общего выражения получить приближённую формулу ЭПР в области её малых значений для узких полых канавок. Из (6) получаем

$$E_{\tau A} = 2i \cdot Z_o \cdot \operatorname{tg}(k_o D) \cdot H_{no}.$$

В окрестности минимумов ЭПР малое значение тангенса можно заменить аргументом тангенса в радианах, так что

$$E_{\tau A} = 2i \cdot Z_o \cdot k_o D_n \cdot H_{no},$$

где  $D_n = D - D_{\min}(n)$  - отклонение глубины от значения, соответствующего  $n$ -ому минимуму ЭПР канавки.

Тогда для канавки шириной много меньше длины волны  $\Delta \ll \lambda$  из (12) следует выражение для погонной ЭПР в области её малых значений

$$\hat{\sigma}_{nog} = 64\pi^3 \cdot \frac{\Delta^2 \cdot D_m^2}{\lambda^4} \quad (14)$$

Здесь принято, что все отношения вида  $\sin x/x$ , входящие в (12), можно положить равными единице. Тогда (14) представляет собой единую формулу для оценок погонной как бистатической, так и моностатической ЭПР узких полых канавок в окрестности минимумов ЭПР.

Особо выделим факт, что погонная ЭПР узких полых канавок в области малых интенсивностей рассеяния весьма сильно зависит от длины волны, ширины и глубины канавки, а именно ЭПР обратно пропорциональна четвёртой степени длины волны  $\hat{\sigma}_{noz} \sim 1/\lambda^4$ , пропорциональна квадрату ширины канавки  $\hat{\sigma}_{noz} \sim \Delta^2$  и квадрату "приведённой" глубины канавки  $\hat{\sigma}_{noz} \sim D_m^2$ . Разумеется, для канавки длиной  $L$  в окрестности минимума ЭПР получаем оценку

$$\sigma = 64\pi^3 \cdot \frac{\Delta^2 \cdot D_m^2 \cdot L^2}{\lambda^4} \quad (15)$$

Отметим, что формула (15) совпадает с приведённой в [4] так называемой упрощённой формулой ЭПР узких канавок, полученной в предположении малого возмущения структуры магнитного поля над входом в канавку.

В более слабом предположении, что ширина канавки меньше или равна половине длины волны  $\Delta \leq \frac{\lambda}{2}$ , в формулах (14), (15) следует оставить два квадрата функций вида  $\sin(x)/x$ , описывающие зависимость ЭПР от углов облучения и приёма, как и в (12).

Максимальные значения ЭПР канавок достигаются, наоборот, при значительном модуле входного импеданса канавки, что делает её сильно выделяющейся на фоне окружающей поверхности металлического объекта. Принципиально модуль входного импеданса канавки обращается в бесконечность  $|Z_{AA}| \rightarrow \infty$  ( $|Y_{AA}| \rightarrow 0$ ) при  $|tg(k_o D)| \rightarrow \infty$ , что имеет место при глубинах канавки, равных половине плюс целое число периодов стоячей волны:

$$D = \frac{\lambda}{4} + \frac{m \cdot \lambda}{2}, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

При вариации длины волны и/или глубины канавки в окрестности значений, для которых выполняется условие (16), в канавке формируется такая стоячая волна, у которой на входе в канавку модуль напряжённости магнитного поля  $|H_z|$  стремится к минимуму, а электрического  $|E_\tau|$  - к максимуму, что и соответствует росту  $|Z_{AA}| \rightarrow \infty$  (уменьшению  $|Y_{AA}| \rightarrow 0$ ). При указанной структуре стоячей волны для достижения  $|H_z|$  на входе в канавку величины порядка  $|H_{над z}|$  должна будет существенно увеличиться амплитуда стоячей волны. Это означает, что в канавке будет иметь место резонанс стоячей волны. Обусловленное резонансом увеличение поля  $|E_{\tau A}|$  на входе в канавку означает рост интенсивности рассеяния канавкой.

Вместе с тем из (6) следует, что при малом  $|Y_{AA}| \rightarrow 0$  в окрестности резонанса стоячей волны определяющее влияние на величину  $|E_{\tau A}|$  оказывает адмиттанс внешней области  $Y_{внеш}$ . Заметим, что на рисунке 5 частоты обращения модуля входного импеданса канавки в бесконечность, определяемые в соответствии с (16) и помеченные кружками, находятся в окрестности, но всегда несколько правее максимумов ЭПР канавки.

В соответствии с (6) максимум  $|E_{\tau A}|$  и, соответственно, максимум ЭПР канавки достигается при минимуме  $|Y_{AA} + Y_{внеш}|$ . Адмиттанс внешней области  $Y_{внеш}$  имеет емкостной характер, с ненулевыми действительной и мнимой частями, а у канавки адмиттанс  $Y_{AA}$  чисто мнимый (с нулевой действительной частью), при мнимой части либо индуктивного (левее от частоты, соответствующей  $|Y_{AA}| = 0$ ), либо емкостного характера (правее от этой частоты). Отсюда понятно, что адмиттанс канавки, будучи индуктивным, компенсирует мнимую часть адмиттанса внешней области именно при частоте, меньшей соответствующей  $|Y_{AA}| = 0$ .

Более точно, максимальное значение  $|E_{\tau A}|$  достигается в окрестности частоты, на которой сумма входного адмиттанса канавки  $Y_{AA}$  и мнимой части внешнего импеданса  $Y_{внеш}$  переходит через ноль:

$$Im(Y_{AA} + Y_{внеш}) = 0 \quad (17)$$

Однако поскольку  $Re(Y_{внеш})$  растёт с ростом частоты при малой ширине канавки (рисунок 4), то частота достижения минимума  $|Y_{AA} + Y_{внеш}|$  несколько смещена в сторону меньших частот по сравнению с той, на которой выполняется (17). Вместе с тем для узких канавок  $\Delta \ll \lambda$  в окрестности частоты выполнения (17) величина  $Im(Y_{AA} + Y_{внеш})$  меняется очень быстро, так что последним из указанных смещений по частоте можно пренебречь.

В соответствии с (8), действительная часть  $Y_{внеш}$  при малых  $\Delta \ll \lambda$  может быть приближена

интегралом

$$\operatorname{Re}(Y_{\text{внеш}}) \approx \frac{k_o \cdot \Delta}{\pi \cdot Z_o} \cdot \int_0^{k_o} \frac{1}{\sqrt{k_o^2 - \chi^2}} d\chi \quad (18)$$

Действительно, поскольку первый ноль функции

$$\left( \sin \left( \frac{\chi \cdot \Delta}{2} \right) / \left( \frac{\chi \cdot \Delta}{2} \right) \right)^2 \quad (19)$$

много больше  $k_o$ , то эта функция может быть приближена единицей в интервале интегрирования  $[0, k_o]$ . Интеграл в правой части (18) табличный вида  $\operatorname{arcsin} \frac{\chi}{k_o}$ . Подставляя пределы, окончательно получаем для канавок:

$$\operatorname{Re}(Y_{\text{внеш}}) \approx \frac{k_o \cdot \Delta}{2 \cdot Z_o} \quad (20)$$

Тогда максимальное  $E_{\tau A}$  можно оценить как

$$E_{\tau A} = \frac{2 \cdot H_{no}}{\operatorname{Re}(Y_{\text{внеш}})} = \frac{4 \cdot Z_o \cdot H_{no}}{k_o \cdot \Delta}.$$

Пренебрегая в (12) угловой зависимостью ЭПР при малой ширине канавки по сравнению с длиной волны, получаем единую оценку для максимальной погонной эффективной поверхности как двухпозиционного, так и обратного рассеяния для узкой полой канавки:

$$\hat{\sigma}_{noz} = \frac{16}{\pi} \approx 5.1 \text{ м}^2 \quad (21)$$

Значение (21) не зависит ни от частоты (длины волны), ни от ширины и глубины канавки, то есть является единой оценкой для разных канавок на разных частотах, в том числе для максимумов ЭПР, имеющих место на разных частотах для одной канавки, но при выполнении условия ширина канавки много меньше длины волны  $\Delta \ll \lambda$ .

С ростом ширины канавки в длинах волн  $\operatorname{Re}(Y_{\text{внеш}})$  падает, поскольку функция (19) будет всё заметнее уменьшаться по сравнению с единицей в правой части интервала интегрирования  $[0, k_o]$ . Поэтому максимум погонной ЭПР канавок с ростом  $\Delta/\lambda$  будет иметь тенденцию к увеличению, хотя и остаётся постоянным на фиксированной частоте для канавок разной глубины. Как видно из рисунка 5, величина  $5.1 \text{ м}^2$  соответствует уровню, с которого в приведённом примере начинает постепенно увеличиваться максимум погонной ЭПР канавки с увеличением частоты, и соответственно, увеличением ширины канавки в длинах волн  $\Delta/\lambda$ .

## Экспериментальная проверка точности и определение границ применимости выражений для эффективной поверхности рассеяния канавок

Точность вычисления ЭПР щелей с помощью полученных выражений (7 - 12) была верифицирована сравнением с результатами вычислений диаграмм обратного рассеяния (ДОР) канавок в металлической пластине методом поверхностных интегральных уравнений с помощью пакета программ для электродинамического моделирования FEKO [9]. Одновременно оценивался предел по ширине канавки, до которого использование выражений, полученных в рамках однодогового приближения, обеспечивает высокую точность вычислений.

Модель в виде металлической пластины шестиугольной формы с канавкой посередине, которая была подготовлена для расчётов в FEKO, представлена на рисунке 6. Острые углы пластины составляют  $80^\circ$ , диаграммы рассчитывались в плоскости визирования, проходящей через вершины острых углов и нормаль посередине пластины. Наличие углов позволяет уменьшить влияние дифракционных эффектов, обусловленных геометрией пластины, на ДОР модели при приближении углов визирования к скользящим. Вектор напряжённости электрического поля лежал в плоскости визирования, размеры прямоугольной части пластины составляли  $300 \times 300$  мм. Заметим, что в обратном рассеянии от пластины в малой угловой окрестности направления нормали к пластине доминирует вклад от поверхности пластины как таковой. Кроме того, в близких к скользящим направлениях проявляется влияние дифракционных эффектов от рассеяния поверхностных токов на острых углах пластины и общее уменьшение уровня рассеяния пластиной из-за того, что преимущественно продольные токи на пластине не излучают в направлении, в котором они ориентированы (смотри подробнее, например, [10]). В остальных направлениях вклад канавки в обратное рассеяние от модели выходит на первый план.

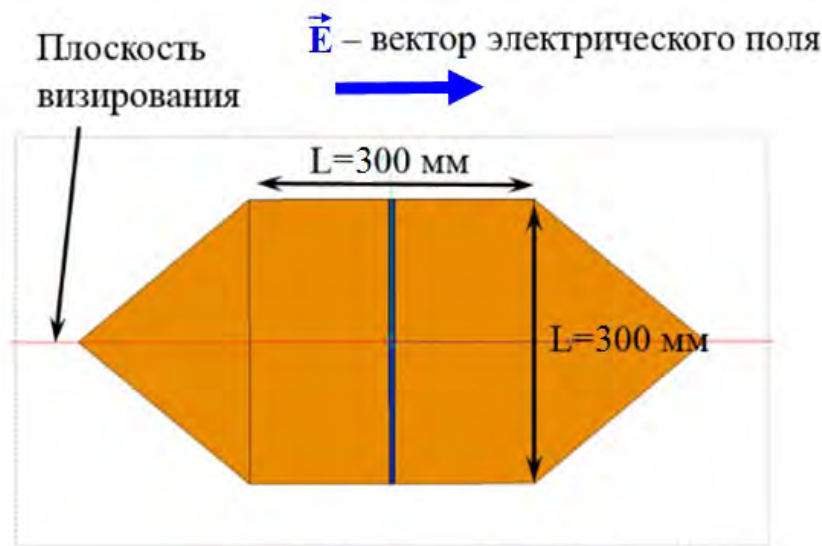


Рисунок 6 – Модель в виде металлической пластины с канавкой, подготовленная в FEKO

На рисунках 7а,б сплошными кривыми представлены ДОР пластины с канавкой, рассчитанные в FEKO, пунктирными кривыми – собственные ДОР канавок, рассчитанные в соответствии с выражениями (7 - 12). При этом производился пересчёт от погонной ЭПР канавки, рассчитанной по (7 - 12), до ЭПР канавки конкретной длины. В первой серии расчётов, результаты которой представлены на рисунке 7а, диаграммы рассчитаны на частоте 10 ГГц для канавок одинаковой глубины 4 мм, но разной ширины. Красным цветом на рисунке 7а показаны диаграммы для канавки шириной 4 мм, синим – шириной 10 мм, зелёным – шириной 15 мм (при этом ширина канавки равна половине длины волны), чёрным – шириной 18 мм.

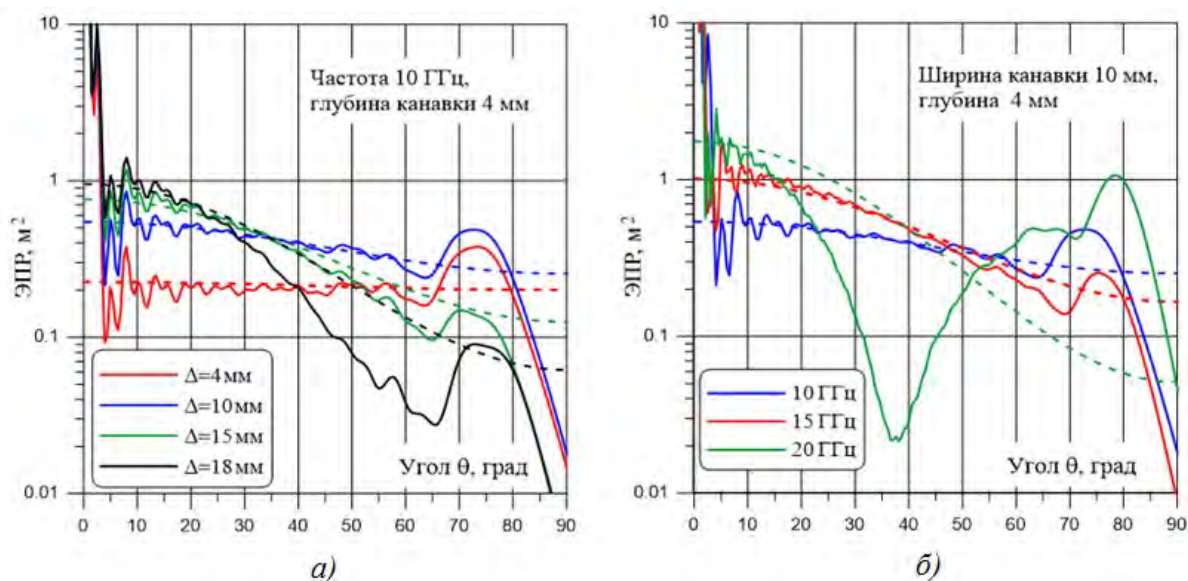


Рисунок 7 – Диаграммы обратного рассеяния полых канавок. Сплошные кривые – расчёт в FEKO, пунктирные – расчёт по формулам (7 - 12): а) – переменная ширина канавок на постоянной частоте 10 ГГц и при одинаковой глубине канавок 4 мм; б) – переменная частота при постоянных ширине 10 мм и глубине 4 мм канавки

Результаты второй серии расчётов представлены на рисунке 7б. Здесь диаграммы рассчитаны для канавки с одним и тем же поперечным сечением с шириной  $\Delta = 10$  м и глубиной  $D = 4$  мм, но на разных частотах. Красным цветом на рисунке 7б показаны диаграммы на частоте 10 ГГц, синим – на частоте 15 ГГц, зелёным – на частоте 20 ГГц. Здесь ширина канавки равна половине длины волны при частоте 15 ГГц.

Как следует из сравнения пар соответствующих кривых на рисунках 7а,б, расчёты диаграмм рассеяния канавок по полученным в данной работе выражениям (7 - 12) точны при ширине канавки от

много меньше длины волны до половины длины волны включительно  $\Delta \leq \frac{\lambda}{2}$ , то есть до порога возбуждения волноводной моды в щели, распространяющейся за счёт переотражений между её длинными стенками.

Также из рисунков 7а,б видно, что при ширине канавки больше половины длины волны расчёт по (7 - 12) даёт точные значения моностатической ЭПР в угловой окрестности нормали ко входу в канавку, однако при дальнейшем отклонении направления визирования от нормали ошибка расчёта по (7 - 12) становится значительной и растёт тем быстрее, чем шире канавка.

Результаты ещё одной проверки точности выражений (7 - 12) для погонной ЭПР щелей представлены на рисунке 8. Здесь на графике для частоты 10 ГГц и обратного рассеяния по нормали ко входу в щель показаны зависимости погонной ЭПР трёх щелей от их глубины  $D$ , рассчитанные в соответствии с (7 - 12). Зависимости рассчитаны для канавок шириной  $\Delta = 3$  мм (синяя кривая) и  $\Delta = 5$  мм (зелёная кривая), а также для сквозного зазора шириной  $\Delta = 4$  мм (последовательность заполненных красных кружков). Расчёт был верифицирован численным определением ЭПР соответствующих щелей на шестиугольной пластине с помощью пакета ФЕКО, при последующем пересчёте ЭПР щелей конкретной длины к их погонной ЭПР. Рассчитанные в ФЕКО значения погонной ЭПР двух канавок и сквозного зазора помечены значками на рисунке 6: квадратами для канавки шириной  $\Delta = 3$  мм, треугольниками для канавки шириной  $\Delta = 5$  мм и незаполненными кружками для сквозного зазора шириной  $\Delta = 4$  мм. Как следует из рисунка 8, тестирование показало высокую точность расчётов погонной ЭПР щелей по формулам (7 - 12), в том числе для канавок - в окрестностях резонансов при  $D = \frac{\lambda}{4} + \frac{m \cdot \lambda}{2}$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$

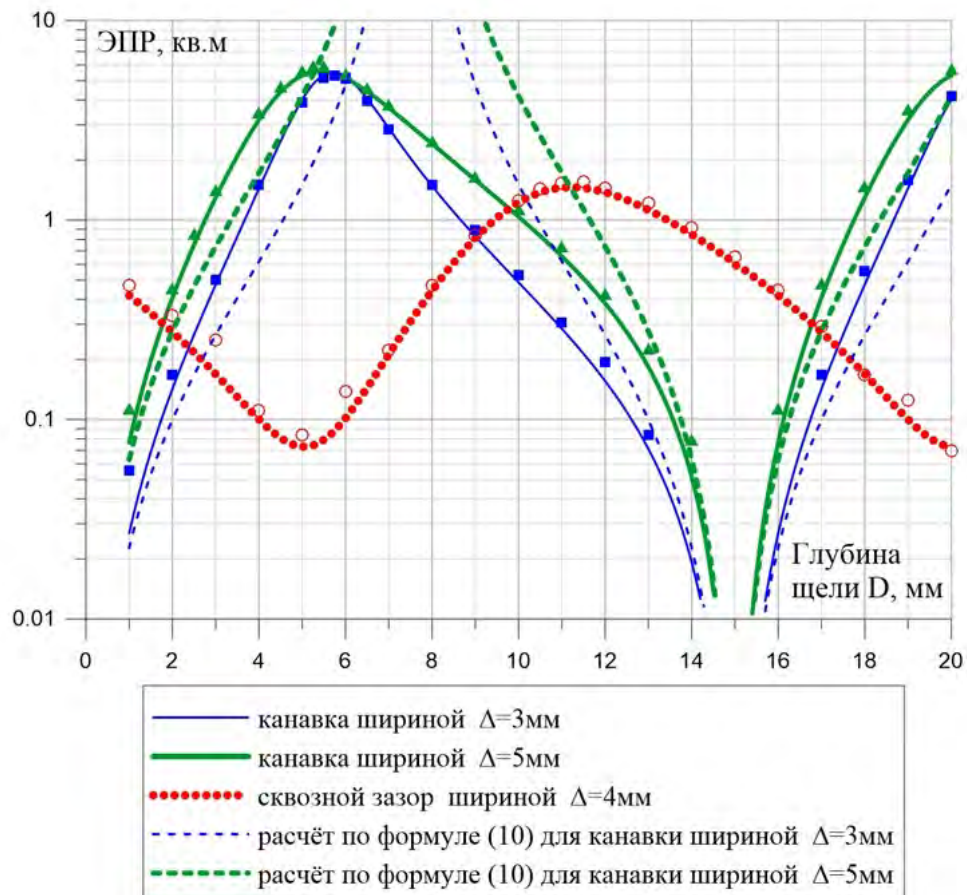


Рисунок 8 – Зависимости от глубины щели для погонных моностатических ЭПР полых канавок и сквозного зазора в направлении нормали ко входу в щель

Результаты расчётов погонной ЭПР канавок в зависимости от глубины по приближённой формуле (14) в окрестностях минимумов ЭПР представлены на рисунке 8 пунктирными кривыми синего и зелёного цвета для канавок шириной, соответственно, 3 и 5 мм. Видно, что при вариации глубины  $D$  расчёт погонной ЭПР канавки по (14) обеспечивает высокую точность в непосредственной близости от минимумов ЭПР канавки при  $D_{\min}(n) = \frac{n \cdot \lambda}{2}$ , причём по обе стороны от значения глубины, равного целому числу полуволн, то есть и при емкостном, и при индуктивном характере входного адмиттанса

канавки. Точность расчёта погонной ЭПР канавки по (14) остаётся удовлетворительной до значений глубины порядка  $|D - D_{\min}(n)| \sim \lambda/10$ .

Представленные на рисунке 8 результаты расчётов подтверждают, что максимумы погонной ЭПР для канавок шириной 3 мм и 5 мм достигаются при индуктивном характере входного адмиттанса канавки на участке левее максимума функции  $\operatorname{tg}(k_0 D)$ , соответствующего  $|Y_{AA}| = 0$ . Максимальное достигаемое значение погонной ЭПР для канавки шириной  $\Delta = 3$  мм ( $\Delta = 0.1\lambda$ ) чуть превышает  $5 \text{ м}^2$ , а для канавки шириной  $\Delta = 5$  мм ( $\Delta \approx 0.17\lambda$ ) приближается к  $6 \text{ м}^2$ .

Пропорциональность ЭПР щели квадрату её длины подтверждается точностью пересчёта от погонной к реальной ЭПР щели (смотри рисунки 7а,б), и, наоборот, от реальной ЭПР к погонной (рисунок 8). Одновременно это доказывает справедливость первого сделанного в данной работе предположения о доминировании вклада от двумерной составляющей в поперечном распределении полей и токов вдоль щели при рассеянии щелью в плоскости, перпендикулярной щели. Действительно, именно эта составляющая даёт синфазный вклад в рассеянное поле, линейно увеличивающийся с увеличением длины щели, что приводит к квадратичному росту ЭПР щели с увеличением её длины, как в формуле (1).

Целесообразно отметить, что расчёты в ФЕКО показали графическое совпадение ДОР канавки при открытых и закрытых металлических пластинами концах канавки. Это ещё раз подтвердило доминирование вклада двумерной составляющей в распределении полей и токов вдоль щели в поле рассеяния щелью. При этом конкретный вид возмущения распределений полей и токов на концах щели по сравнению с распределением, характерным для двумерной задачи, не имеет значения.

Справедливость второго сделанного в данной работе предположения о применимости одномодового приближения подтверждается точностью расчётов рассеяния щелями с шириной до половины длины волны, смотри рисунки 7а,б. Существенно, что, как следует из приведённых на рисунке 8 результатов тестирования выражений (7 - 12), можно пренебрегать не только возбуждением высших типов волн в объёме щели, но и наличием квазистатических особенностей напряжённости электрического поля на кромках щели. В этой связи отдельно укажем на глубину минимумов погонной ЭПР канавок шириной 3 и 5 мм при глубине канавок  $D = 15$  мм, равной половине длины волны. Однако эти канавки являются достаточно существенными углублениями, имеющими квазистатические особенности электрического поля на входных кромках. Этот результат доказывает справедливость одномодового приближения в том его аспекте, что квазистатические особенности на кромках щели излучают, во всяком случае, пренебрежимо мало.

Отметим, что интерпретация формирования предельных значений ЭПР канавок в этой работе как случаев "трансляции" короткого замыкания со дна на вход канавки в случае минимума ЭПР и резонансов стоячей волны в случае максимума ЭПР согласуются с тем фактом, что размах осцилляций частотной зависимости ЭПР у сквозного зазора меньше, чем у канавки. Действительно, из физических соображений ясно, что "закоротки" входного отверстия сквозного зазора принципиально не может быть, а резонансы в сквозном зазоре менее добротные из-за дополнительных потерь на излучение через выходное отверстие.

## 5. Заключение

В работе получено аналитическое решение задачи рассеяния прямыми, полыми, узкими по сравнению с длиной волны щелями в плоскости, перпендикулярной щели, где интенсивность рассеяния максимальна. Важным новым элементом решения является аналитическое выражение для адмиттанса внешней области, примыкающей ко входу в щель. Получены выражения для эффективной поверхности двухпозиционного и обратного рассеяния щелями в виде канавок, либо сквозных зазоров.

В предположении справедливости одномодового приближения поле внутри щелей представлено как встречное движение ГЕМ-волн, и определяется через постоянные составляющие падающего и рассеянного полей в отверстиях щелей. Полагалось также, что в поперечных сечениях по длине щелей сохраняется двумерная, как при рассеянии на бесконечной щели, составляющая полей и токов. Экспериментальная проверка показала справедливость сделанных предположений и точность вычислений по полученным формулам, вплоть до ширины щели, равной половине длины волны – для более широких щелей одномодовое приближение теряет справедливость. На доминирование суммы синфазных вкладов от двумерной составляющей полей и токов по всей длине щели указывает пропорциональность эффективной поверхности рассеяния щели квадрату её длины.

Отдельно из общих выражений получена оценочная формула для ЭПР щелей в виде канавок в окрестности минимумов ЭПР. Достоинством этой формулы является явное выражение для ЭПР через физические параметры задачи, что делает её особенно полезной при расчётах и анализе "отклика" объекта на облучение. Была получена также и, наоборот, не зависящая от физических параметров

задачи величина максимума погонной ЭПР канавки шириной много меньше длины волны, равная  $16/\pi \approx 5\text{ м}^2$ . Достаточная точность этой оценки сохраняется до ширины канавки  $0,2\lambda$ , при которой максимум ЭПР канавки достигает  $6\text{ м}^2$ .

## Список литературы

- [1] Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. - М.: Советское радио, 1975. - 248 с.
- [2] Radar Cross Section / E.F. Knott, J.F. Shaeffer, M.T. Tuley. - 2nd ed., SciTech Publishing, Inc., USA. 2004. - 637 p.
- [3] Dominek A K, Shamansky H T and Wang N 1989 Scattering from Three-Dimensional Cracks // IEEE Trans. Antennas Propag., 1989, 37(5) p 586-591.
- [4] Лебедев А.М., Фурманова Т.А., Федоренко А.И., Краснолобов И.И. Формулы для оценки эффективной поверхности рассеяния узких канавок и сквозных зазоров // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2018, № 5.
- [5] Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. - М.: Высшая школа, 1988. - 434 с.
- [6] Computational Methods For Electromagnetics // A.F. Peterson, L.R. Scott, R. Mittra. - IEEE Inc., USA. - 1998.
- [7] Бодров В В, Сурков В И 1994 Математическое моделирование устройств СВЧ и антенн – М.: Изд-во МЭИ, 1994. - 92 с.
- [8] Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Высшая школа, 1992. - 416 с.
- [9] Feko, <https://www.altair.com>.
- [10] Лебедев А.М., Фурманова Т.А. Уменьшение дифракционного шума металлической пластины путём подавления волн, распространяющихся вдоль её краёв // IV Всероссийская Микроволновая конференция. Сборник трудов. – М.: ИПЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2016. - С.442–447.

## ESTIMATION OF INTENSITY OF SCATTERING FROM NARROW HOLLOW SLOTS WITH ACCOUNTING FOR THE EXTERNAL REGION ADMITTANCE

К.М. Baskov<sup>1</sup>, I.I. Krasnolobov<sup>1</sup>, A.M. Lebedev<sup>\*1</sup>, V.N. Semenenko<sup>1</sup>,  
Т.А. Furmanova<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia  
\* itae@itae.ru

### Abstract

An analytical expression was obtained for the admittance of the external region adjacent to the entrance of the slot. Using this result, analytical expressions were obtained for the intensity of two-position and backward scattering from the hollow, straight slots, which are narrow in comparison with the wavelength and in the form of grooves or through-thickness gaps in a locally plane surface of a metal object. Accounting for the admittance of the external region resulted in high accuracy of scattering field calculation, including in the vicinity of the minima and maxima of intensity of scattering from the groove. Based on analytical formulas for the scattering intensity, the evaluation expressions for the minimum and maximum values of the grooves' radar cross section were obtained. It was shown that in the vicinity of minimum the radar cross section of narrow grooves strongly depends on the frequency, as well as on the width and depth of the groove, the explicit expression of this dependence was revealed. On the contrary, the maxima of the narrow grooves' radar cross section, achieved at resonances of a standing wave inside the groove, was estimated as a single value  $16/\pi \approx 5 \text{ sm}$  per meter of length and in a first approximation it does not depend on the frequency, width and depth of the groove. The obtained expressions were verified by comparing the results of calculations of backscattering diagrams of slots using the method of surface integral equations and using the expressions obtained in this work.

**Key words:** slot, groove, through-thickness gap, radar cross section, admittance, single-mode approximation